



KERNFORSCHUNGSANLAGE JÜLICH
GESELLSCHAFT MIT BESCHRÄNKTER HAFTUNG

Institut für Kernphysik

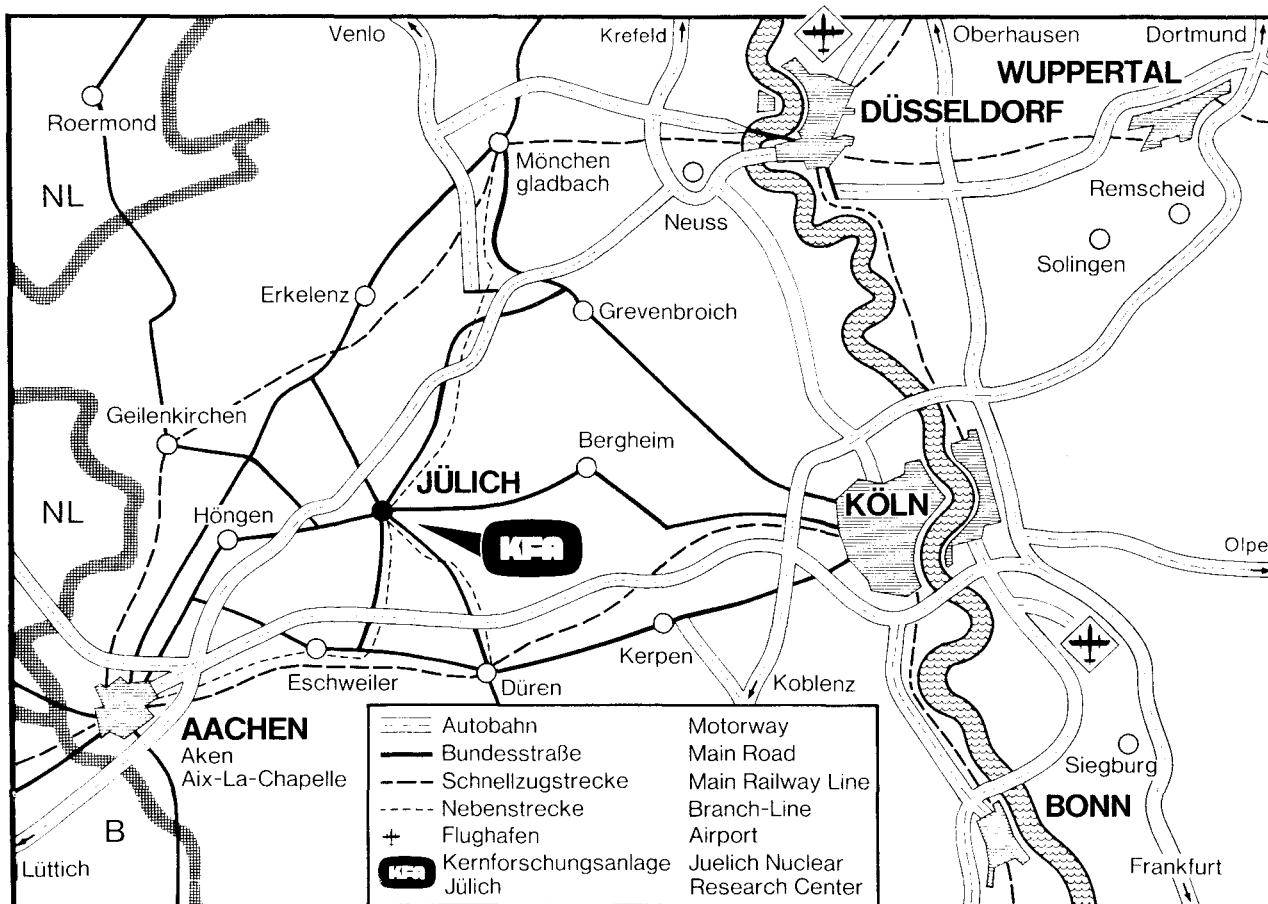
**Der direkte Ladungsaustausch
und der sukzessive Nukleonentransfer
in der ($^3\text{He}, t$)- und der ($^6\text{Li}, ^6\text{He}$)-Reaktion**

von

F. Osterfeld

Jül - 1247
November 1975

Als Manuskript gedruckt



Berichte der Kernforschungsanlage Jülich – Nr. 1247

Institut für Kernphysik Jül - 1247

Im Tausch zu beziehen durch: ZENTRALBIBLIOTHEK der Kernforschungsanlage Jülich GmbH,
Jülich, Bundesrepublik Deutschland

**Der direkte Ladungsaustausch
und der sukzessive Nukleonentransfer
in der (^3He , t)- und der (^6Li , ^6He)-Reaktion**

von

F. Osterfeld

V O R W O R T

Mein besonderer Dank gilt den Herren Prof. Dr. A. Fäßler und Prof. Dr. H. Wolter. Ihnen danke ich für die Anregung zum Thema der vorliegenden Arbeit und für ihre wohlwollende Unterstützung bei der Durchführung. Allen Mitarbeitern der theoretischen Abteilung des Instituts für Kernphysik der Kernforschungsanlage Jülich, besonders aber Herrn Prof. Dr. T. Udagawa schulde ich Dank für hilfreiche Diskussionen. Eine wesentliche Voraussetzung für die Durchführung der Rechnungen zu dieser Arbeit war ferner die hervorragende Arbeit des Rechenzentrums der Kernforschungsanlage Jülich. Mein herzlicher Dank gilt außerdem Frau D. Krüger und Frau M. Kämmerer für die Geduld und Sorgfalt bei der Zusammenstellung des Manuskriptes.

INHALTSVERZEICHNIS

	Seite
I. Einleitung	1
II. Der Formalismus der gekoppelten Reaktionskanäle (CRC-Formalismus)	6
§ 1 Die Gleichungen für gekoppelte Reaktionskanäle	6
§ 2 Andere direkte Reaktionstheorien im Rahmen des CRC-Formalismus	11
§ 3 Ableitung der T-Matrix in zweiter Ordnung DWBA	13
§ 4 Darstellung der CRC-Gleichungen in Partial- wellenzerlegung	19
III. Berechnung der Kopplungsmatrixelemente für verschie- dene Reaktionen	25
§ 1 Die direkte unelastische und quasi(un)elasti- sche Streuung	25
§ 2 Berechnung der Einnukleontransfermatrixelemente in der no-recoil-Näherung	31
§ 3 Berechnung der Nichtorthogonalitätsterme in der no-recoil-Näherung	39
§ 4 Qualitative Argumente für die Gültigkeit der no-recoil-Näherung	47
§ 5 Spezialisierung auf die ($^3\text{He}, t$)-Ladungsaus- tauschreaktion	56
§ 6 Spezialisierung auf die ($^6\text{Li}, ^6\text{He}$)-Spin-Iso- spinflipreaktion	60
IV. Diskussion und Ergebnisse	62
§ 1 Die $^{48}\text{Ca}(^3\text{He}, t)^{48}\text{Sc}$ -Reaktion	62
§ 2 Die $^{48}\text{Ca}(^6\text{Li}, ^6\text{He})^{48}\text{Sc}$ -Reaktion und die ^{26}Mg ($^6\text{Li}, ^6\text{He}$) ^{26}Al -Reaktion	72
V. Zusammenfassung	83

	Seite
Anhang A Berechnung der CRC-Kopplungsmatrixelemente	86
Anhang B Tensorentwicklung der effektiven NNWW nach den Koordinaten \vec{r}_i und \vec{u}_j	89
Anhang C Matrixelemente der effektiven NNWW	93
Anhang D Berechnung des no-recoil-Formfaktors	95
Anhang E Die Drehimpulskopplung bei der Berechnung der Nichtorthogonalitätsterme	99
 Literaturverzeichnis	 101
 Tabellenbeschreibung	 106
 Tabellen	 107
 Figurenlegende	 111
 Figuren	 115

I. Einleitung

Direkte Kernreaktionen sind seit vielen Jahren ein erfolgreiches Hilfsmittel bei der Strukturanalyse von Atomkernen. Eine Kernreaktion kann nur dann genaue Informationen über die innere Struktur der Atomkerne geben, wenn der Reaktionsmechanismus hinreichend gut bekannt ist. Eine wesentliche Aufgabe der Kernreaktionstheorie besteht deshalb darin, Kernreaktionsmechanismen genau zu untersuchen.

Viele experimentelle Daten direkter Kernreaktionen können mit Hilfe der Distorted-Wave-Born-Approximation (DWBA), die einen einfachen Einschnittprozeß für den Reaktionsmechanismus annimmt, erfolgreich beschrieben werden¹⁻⁴⁾. Die DWBA liefert immer dann gute Resultate, wenn der direkte Prozeß schwach ist und Mehrschrittprozesse im Vergleich zum direkten Prozeß unbedeutend sind^{1,5)}. Diese Bedingung ist jedoch in vielen Reaktionen nicht erfüllt; beispielsweise bei der unelastischen Streuung von Projektilen an Targetkernen mit kollektiven Zuständen (Rotatoren, Vibratoren). Hier muß die Kopplung zwischen den einzelnen kollektiven Zuständen explizit berücksichtigt werden, was eine Analyse der Reaktion mit der Methode der gekoppelten Kanäle erfordert (Coupled Channel)⁶⁾. Auch in Transferreaktionen können unelastische Mehrstufenprozesse Bedeutung haben. Mit dem direkten Transferprozeß konkurrieren dann Mehrstufenprozesse, bei denen der Targetkern zunächst unelastisch angeregt wird und anschließend der Transfer stattfindet oder wo nach dem Transfer eine unelastische Anregung des Restkernes erfolgt⁷⁻¹¹⁾. Prozesse dieser Art werden im CCBA-Formalismus (Coupled-Channel-Born-Approximation) behandelt^{12,13)}.

Ein anderer Typ von Mehrstufenprozessen besteht in sukzessivem Transfer von Nukleonen. Dabei werden Nukleonen entweder nacheinander vom Projektil zum Target transferiert^{14,15)} oder aber das Projektil nimmt vom Target ein Nukleon auf und streift ein anderes ab¹⁶⁻¹⁸⁾. Diese Mehrstufenprozesse können in zweiter Ordnung DWBA^{16,17)} oder im Formalismus der gekoppelten Reaktionskanäle (Coupled-Reaction-Channel-Formalismus) behandelt werden¹⁸⁻²²⁾. Verschiedene Rechnungen für Mehrstufenprozesse mit sukzessivem Nukleonentransfer liegen vor¹⁴⁻¹⁸⁾. In allen diesen Rechnungen wird jedoch nicht die Nichtorthogonalität der einzelnen Reaktionskanäle berücksichtigt¹⁹⁻²²⁾. Ein Ziel dieser Arbeit wird es sein, die Effekte, die von der Nichtorthogonalität der einzelnen Reaktionskanäle herrühren, im Rahmen des CRC-Formalismus explizit zu berechnen.

Ein weiteres Ziel dieser Arbeit besteht darin, den Reaktionsmechanismus speziell bei Ladungsaustauschreaktionen im Detail zu untersuchen. Ladungsaustauschreaktionen sind dadurch definiert, daß sich während der Reaktion die Ladungszahlen, nicht aber die Massenzahlen von Projektil und Target ändern. Im Isospinformalismus bedeutet das eine Änderung der Projektil- und Targetisospinprojektionen um eine oder mehrere Einheiten. Lange Zeit hat man versucht, Ladungsaustauschreaktionen in einem makroskopischen Modell durch einen isospinabhängigen Term im optischen Potential²³⁻²⁶⁾ oder in einem mikroskopischen Modell durch den isospinabhängigen Teil der Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung (NNWW) zu erklären^{27,29)}. Anregungen von isobaren Analogzuständen (T_y -Zuständen) können zwar mit diesen Modellen zufriedenstellend beschrieben werden, doch bei den Übergängen zu den sogenannten Konfigurationszuständen (T_z -

Zustände) können oft weder die Form der Winkelverteilung³¹⁾ noch die Größe²⁹⁻³²⁾ des differentiellen Wirkungsquerschnittes reproduziert werden. In anderen Fällen beobachtet man experimentell Übergänge, die im direkten Prozeß verboten sind³²⁻³⁵⁾.

Diese Diskrepanzen zwischen Theorie und Experiment sind besonders groß bei den ($^3\text{He}, t$)-Ladungsaustauschreaktionen^{29,30)}. Deshalb haben Toyama¹⁶⁾ und Schaeffer und Bertsch¹⁷⁾ für die ($^3\text{He}, t$)-Reaktion einen Reaktionsmechanismus vorgeschlagen, bei dem das Projektil zunächst ein Neutron vom Target aufnimmt, um ein intermediäres α -Teilchen zu bilden, und anschließend wieder ein Proton abstreift. Mit diesem Zweischrittprozeß konnten sie verschiedene ($^3\text{He}, t$)-Reaktionen gut erklären. Bei einer genaueren Analyse, die den direkten und den ($^3\text{He}, \alpha$)-(α, t)-Zweischrittprozeß gleichzeitig berücksichtigt, ergeben sich jedoch Schwierigkeiten bei der Beschreibung der Daten aufgrund einer destruktiven Interferenz zwischen direktem und Zweischrittprozeß¹⁸⁾. De Takacsy¹⁴⁾ hat daraufhin den ($^3\text{He}, d$)-(d, t)-Zweischrittprozeß unter Vernachlässigung der Nichtorthogonalitätseffekte berechnet und fand, daß der ($^3\text{He}, \alpha$)-(α, t)-Prozeß den ($^3\text{He}, d$)-(d, t)-Prozeß dominiert. Eine Verbesserung der Ergebnisse von Ref. 18) konnte er nicht erzielen. Wir werden nun in dieser Arbeit eine erneute Analyse des ($^3\text{He}, t$)-Reaktionsmechanismusses vornehmen, wobei wir neben dem direkten Prozeß und den Zweischrittprozessen ($^3\text{He}, \alpha$)-(α, t) und ($^3\text{He}, d$)-(d, t) auch die Nichtorthogonalitätseffekte berücksichtigen.

Als weiteres Beispiel für Ladungsaustauschreaktionen untersuchen wir die ($^6\text{Li}, ^6\text{He}$)-Reaktion. Die ($^6\text{Li}, ^6\text{He}$)-Reaktion hat gegenüber der ($^3\text{He}, t$)-Reaktion strengere Auswahlregeln, weil bei ihr ein

gleichzeitiger Spin- und Isospinflip auftritt. Deshalb ist die $({}^6\text{Li}, {}^6\text{He})$ -Reaktion lange Zeit als ein Hilfsmittel betrachtet worden, um die Potentialstärken der $(\sigma\sigma)(\tau\tau)$ -Komponente der effektiven NNWW zu bestimmen³²⁻³⁷⁾. Es stellte sich jedoch heraus, daß die Potentialstärke $V_{\sigma\sigma\tau\tau}$, die zur Erklärung der Experimente benötigt wurde, ähnlich wie in der $({}^3\text{He}, t)$ -Reaktion stark vom Enddrehimpuls des Restkerns abhängt^{38,39)}. Auch eine Tensorkraft konnte diese Anomalie nicht beheben³⁸⁾. Diese Tatsachen deuten darauf hin, daß auch in der $({}^6\text{Li}, {}^6\text{He})$ -Reaktion Zweischrittprozesse wichtig sind. Tatsächlich konnten Duham et al.³³⁾ den im direkten Prozeß verbotenen Übergang - ${}^{26}\text{Mg}({}^6\text{Li}, {}^6\text{He}) {}^{26}\text{Al}(0^+)$ - zum 0^+ -Analogzustand mit dem $({}^6\text{Li}, {}^7\text{Li})$ - $({}^7\text{Li}, {}^6\text{He})$ -Zweischrittprozeß erklären. In anbetracht der Schwierigkeiten bei der Interpretation des $({}^3\text{He}, t)$ -Reaktionsmechanismus und aufgrund der Ergebnisse von Ref. 33) ist es äußerst interessant, eine konsistente Analyse des $({}^6\text{Li}, {}^6\text{He})$ -Reaktionsmechanismus durchzuführen, die sowohl den direkten Prozeß als auch die Zweischrittprozesse $({}^6\text{Li}, {}^7\text{Li})$ - $({}^7\text{Li}, {}^6\text{He})$ und $({}^6\text{Li}, {}^5\text{He})$ - $({}^5\text{He}, {}^6\text{He})$ einschließt. Solch eine Untersuchung wird in dieser Arbeit vorgenommen.

Da die $({}^6\text{Li}, {}^6\text{He})$ -Reaktion zu den Schwerionenreaktionen gehört, müssen wir bei der Berechnung der Übergangsamplituden für die einzelnen Reaktionsprozesse die Methoden für Schwerionenreaktionen anwenden. Bei der quantenmechanischen Behandlung von Schwerionenreaktionen kann die Übergangsamplitude in exakter finite-range-Rechnung^{40,41)} oder in der no-recoil-Näherung^{40,41)} berechnet werden, die den Rückstoß, den das transferierte Teilchen in der Reaktion erhält, vernachlässigt. Wir verwenden in dieser Arbeit die no-recoil-Näherung, weil sie die Berechnung der Zwei-

schrittprozesse wesentlich vereinfacht. Die Güte dieser Näherung wird durch Vergleich von finite-range- und no-recoil-Rechnungen für die Einnukleontransferreaktionen überprüft.

Alle Rechnungen in dieser Arbeit werden im Rahmen des CRC-Formalismus durchgeführt, der in Kapitel II dargestellt wird. Zugehörige Kopplungsmatrixelemente werden im Kapitel III in allgemeiner Form für die unelastische und quasi(un)elastische Streuung von leichten und schweren Ionen sowie für Einnukleontransferreaktionen berechnet. Auch die Berechnung der Nichtorthogonalitätsterme wird in allgemeiner Form im Kapitel III angegeben, und die Bedeutung der no-recoil-Approximation wird diskutiert. Im Kapitel IV werden die Ergebnisse dargestellt und diskutiert. Das Kapitel V bringt eine kurze Zusammenfassung der vorliegenden Arbeit. In den nachfolgenden Anhängen werden die Details der algebraischen Rechnungen durchgeführt.

Kapitel II

Der Formalismus der gekoppelten Reaktionskanäle (CRC-Formalismus)

§ 1 Die Gleichungen für gekoppelte Reaktionskanäle

Die exakte quantenmechanische Beschreibung von Kernreaktionen erfordert die Lösung der Schrödingergleichung

$$H\Psi^{(+)} = E\Psi^{(+)} \quad (1.1)$$

wobei H der Hamiltonoperator, E die Gesamtenergie ($E > 0$) und $\Psi^{(+)}$ die totale Streulösung des Systems sind. Die totale Streulösung $\Psi^{(+)}$ ist den vom Streuexperiment geforderten Randbedingungen unterworfen: in ihrem asymptotischen Bereich muß sie im Eingangskanal die Form einer einlaufenden ebenen Welle und in den Ausgangskanälen die Form von auslaufenden Kugelwellen haben.

Wegen der Komplexität von Kernreaktionen ist Gleichung (1.1) nur unter stark vereinfachenden Modellannahmen und auch dann meistens nur approximativ lösbar. Im CRC-Formalismus entwickelt man die totale Streulösung $\Psi^{(+)}$ nach den Produktwellenfunktionen $\Psi_{\alpha} = \Psi_a \Psi_A$, wobei Ψ_a und Ψ_A die inneren Wellenfunktionen zweier getrennter Nukleonensysteme a (Projektilsystem) und A (Targetsystem) sind. Nukleonensysteme mit verschiedenen Nukleonverteilungen sind zugelassen. Die inneren Wellenfunktionen Ψ_a und Ψ_A werden als antisymmetrisch angenommen, die Antisymmetrisierung zwischen den Systemen a und A wird vernachlässigt. Beschreiben wir die Relativbewegung der beiden Systeme durch die Funktion $\chi_{\alpha}(\vec{r}_{\alpha})$ mit der

Relativkoordinate \vec{r}_α , so erhalten wir mit den obigen Annahmen für die Streulösung $\Psi^{(+)}$ den Ansatz^{1,18)}:

$$\Psi^{(+)} = \sum_{\alpha} \chi_{\alpha}(\vec{r}_{\alpha}) \Psi_{\alpha} \quad (1.2)$$

Summiert wird sowohl über alle möglichen Massenfragmentationen ($a + A$) als auch über alle Zustände innerhalb einer Massenfragmentation. Da die Menge aller Zustände innerhalb einer Massenfragmentation (einschließlich der Kontinuumszustände) bereits eine Basis des Hilbertraumes bildet, bedeutet die Darstellung von $\Psi^{(+)}$ in (1.2) eine Entwicklung nach einem übervollständigen Funktionensystem. Das Problem der Übervollständigkeit des Hilbertraumes spielt jedoch in der Praxis eine untergeordnete Rolle, weil numerische Rechnungen wegen ihrer Kompliziertheit immer nur in einem sehr beschränkten, der zu analysierenden Kernreaktion angepaßten Teilraum des Hilbertraumes durchgeführt werden können. Ein viel größeres Problem ist dagegen das der Nichtorthogonalität von Wellenfunktionen Ψ_{α} und Ψ_{β} , die zu verschiedenen Massenfragmentationen gehören. Wellenfunktionen dieser Art sind deshalb nicht orthogonal, weil sie Eigenlösungen zu verschiedenen Hamiltonoperatoren H_{α} und H_{β} sind,

$$\begin{aligned} H_{\alpha} \Psi_{\alpha} &= \epsilon_{\alpha} \Psi_{\alpha} \\ H_{\beta} \Psi_{\beta} &= \epsilon_{\beta} \Psi_{\beta} \end{aligned} \quad (1.3)$$

Dabei sind die Operatoren H_{α} und H_{β} durch die Aufspaltung des Gesamthamiltonoperators in der Form

$$H = H_{\alpha} + T_{\alpha} + V_{\alpha} = H_{\beta} + T_{\beta} + V_{\beta} \quad (1.4)$$

festgelegt. T_{α} (T_{β}) ist die relative kinetische Energie und V_{α} (bzw. V_{β}) das Wechselwirkungspotential zwischen den Nukleonensystemen a und A (bzw. b und B). Addieren und subtrahieren wir in (1.4) ein optisches Potential U_{β} , so erhalten wir

$$H = H_{\beta} + T_{\beta} + U_{\beta} + \bar{V}_{\beta} \quad (1.4a)$$

mit $\bar{V}_{\beta} = V_{\beta} - U_{\beta}$.

Setzen wir nun den Ansatz (1.2) für die totale Streulösung in die Schrödingergleichung (1.1) ein, so erhalten wir durch linksseitige Multiplikation mit der inneren Wellenfunktion Ψ_{β} (ξ_{β}) und durch gleichzeitige Integration über die inneren Koordinaten ξ_{β} ein gekoppeltes Integrodifferentialgleichungssystem für die Entwicklungsfunktionen χ_{β} :

$$(\Psi_{\beta} | H - E | \Psi_{\beta} \chi_{\beta}) = - \sum_{\alpha \neq \beta} (\Psi_{\beta} | H - E | \Psi_{\alpha} \chi_{\alpha}) \quad (1.5)$$

Die runde Klammer deutet dabei die Integration über die inneren Koordinaten ξ_{β} von Ψ_{β} an. Setzen wir nun (1.4a) in (1.5) ein, so erhalten wir die Darstellung der CRC-Gleichungen in den Variablen vom Kanal β :

$$\begin{aligned} \{T_{\beta} + U_{\beta} + \epsilon_{\beta} - E\} \chi_{\beta} = & - \sum_{\alpha} (\Psi_{\beta} | \bar{V}_{\beta} | \Psi_{\alpha} \chi_{\alpha}) \\ & - \sum_{\alpha \neq \beta} (T_{\beta} + U_{\beta} + \epsilon_{\beta} - E) (\Psi_{\beta} | \Psi_{\alpha} \chi_{\alpha}) \end{aligned} \quad (1.6)$$

Bringen wir den zweiten Term auf der rechten Seite nach links und definieren wir die Funktion $\hat{\chi}_\alpha(\vec{r}_\alpha)$ durch:

$$\hat{\chi}_\alpha(\vec{r}_\alpha) := \chi_\alpha(\vec{r}_\alpha) + \sum_{\gamma \neq \alpha} (\Psi_\alpha | \bar{\Psi}_\gamma \chi_\gamma) \quad (1.7)$$

so können wir (1.6) transformieren in

$$\begin{aligned} \{T_\beta + U_\beta + \epsilon_\beta - E\} \hat{\chi}_\beta(\vec{r}_\beta) = & - \sum_\alpha (\Psi_\beta | \bar{V}_\beta | \Psi_\alpha \hat{\chi}_\alpha) \\ & + \sum_{\substack{\alpha, \gamma \\ \alpha \neq \gamma}} (\Psi_\beta | \bar{V}_\beta | \Psi_\gamma) (\Psi_\gamma | \Psi_\alpha \chi_\alpha) \end{aligned} \quad (1.8)$$

Dies sind die Gleichungen für die gekoppelten Reaktionskanäle in ihrer allgemeinsten Form^{18,42)}. Der erste Term auf der rechten Seite beschreibt die Kopplung zwischen den Kanälen α und β aufgrund des Kopplungspotentials \bar{V}_β . Der zweite Term ist der sogenannte Nicht-orthogonalitätsterm. Er würde verschwinden, wenn die Wellenfunktionen Ψ_α und Ψ_β orthogonal wären.

Zur Berechnung des differentiellen Streuquerschnittes $\frac{d\sigma}{d\Omega}$ für eine Reaktion $a + A \rightarrow b + B$ müssen wir das Gleichungssystem für die χ_β unter den eingangs genannten Randbedingungen lösen, d.h. die χ_β müssen im Eingangskanal asymptotisch die Form einer einlaufenden ebenen Welle und in den Ausgangskanälen asymptotisch die Form von auslaufenden Kugelwellen haben¹⁾:

$$\begin{aligned} \hat{\chi}_\beta(\vec{r}_\beta) \xrightarrow{r_\beta \rightarrow \infty} & \delta_{\beta, \alpha_0} \exp\{i(k_\beta z_\beta + n_\beta \ln(2k_\beta r_\beta))\} \\ & + f_{\beta, \alpha_0}(\hat{r}_\beta) \frac{1}{r_\beta} \exp\{i(k_\beta r_\beta - n_\beta \ln(2k_\beta r_\beta))\} \end{aligned} \quad (1.9)$$

Dabei spezifiziert α_0 den Eingangskanal und $\hat{r}_\beta = \frac{\vec{r}_\beta}{r_\beta}$ ist der Einheitsvektor in Richtung von \vec{r}_β . Die Größen k_β und n_β bezeichnen die Wellenzahl und den Coulombparameter im Kanal β . Die z-Achse des Koordinatensystems ist so gewählt, daß \vec{k}_{α_0} parallel zum einfallenden Strahl liegt. Die Übergangsamplitude $f_{\beta, \alpha_0}(\hat{r}_\beta)$ ist proportional zum T-Matrixelement $T_{\beta\alpha}$

$$T_{\beta\alpha} = - \frac{2\pi\hbar^2}{\mu_\beta} f(\vec{k}_{\alpha_0}, \hat{r}_\beta) \quad (1.10)$$

wobei μ_β die reduzierte Masse im Kanal β ist. $T_{\beta\alpha}$ bestimmt den differentiellen Streuquerschnitt:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\mu_\alpha \mu_\beta}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_\beta}{k_\alpha} |T_{\beta\alpha}|^2$$

§ 2 Andere direkte Reaktionstheorien im Rahmen des CRC-Formalismus

Der im letzten Paragraphen dargestellte CRC-Formalismus ist allgemeiner als die meisten der üblichen Theorien für direkte Kernreaktionen. So erhalten wir die DWBA-Theorie in der Quelltermformulierung¹³⁾, wenn wir in der Entwicklung von $\psi^{(+)}$ nur zwei Kanäle α und β berücksichtigen und von den beiden dann vorhandenen Kopplungsmatrixelementen $(\psi_\beta | \bar{V}_\beta | \psi_\alpha)$ und $(\psi_\alpha | \bar{V}_\alpha | \psi_\beta)$ das letztere, das die Rückkopplung vom Kanal β auf den Kanal α beschreibt, vernachlässigen. Ein zugehöriges Kopplungsschema ist in Fig. 2.1a dargestellt.

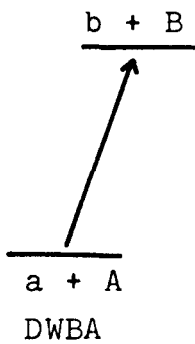


Fig. 2.1a

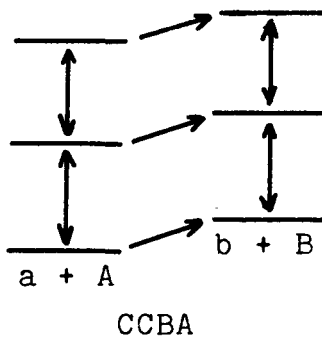


Fig. 2.1b

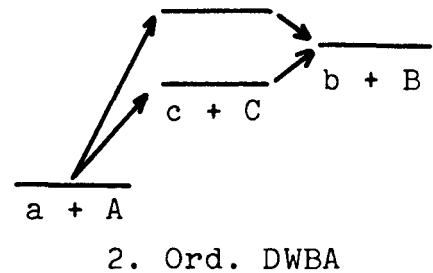


Fig. 2.1c

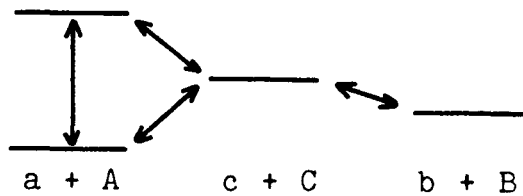


Fig. 2.1d

Verwenden wir ein Kopplungsschema wie in Fig. 2.1b, so erhalten wir die CCBA^{12,13)}. Hier werden die Kopplungen zwischen angeregten Zuständen innerhalb der Massenfragmentationen $(a + A)$ und $(b + B)$ in allen Ordnungen behandelt, die Transfers von $(a + A) \rightarrow (b + B)$ jedoch nur in erster Ordnung. Beziehen wir neben den Massenfragmentationen $(a + A)$ und $(b + B)$ noch eine weitere intermediäre Massenfragmentation $(c + C)$ ein (Fig. 2.1c), so wird dadurch eine Reaktion bis zur zweiten Ordnung DWBA beschrieben^{16,18)} (siehe auch § 3 dieses Kapitels). In der DWBA und CCBA nimmt man an¹³⁾, daß die Transfers von Kanal $(a + A)$ nach Kanal $(b + B)$ schwach sind, so daß sie in erster Ordnung Störungstheorie behandelt werden dürfen. Es gibt jedoch auch Beispiele⁴³⁾, wo die Transfers so stark werden, daß eine Behandlung in erster Ordnung nicht mehr ausreicht. In solchen Fällen muß das volle System der CRC-Gleichungen gelöst werden (z.B. Fig. 1.d)⁴³⁾. Ganz allgemein kann man sagen, daß im CRC-Formalismus beliebig komplizierte "Reaktionsnetzwerke" behandelt werden können. Welche Kopplungen im einzelnen wichtig sind, muß man von Reaktion zu Reaktion neu entscheiden. Im folgenden Paragraphen sollen einige Sonderfälle der CRC-Gleichungen abgeleitet werden.

§ 3 Ableitung der T-Matrix in zweiter Ordnung DWBA

Zur Ableitung der Übergangsamplitude $T_{\beta\alpha}$ in 1. und 2. Ordnung DWBA aus dem CRC-Formalismus gehen wir von dem in Fig. 3.1 gezeigten Kopplungsschema aus.

Zunächst definieren wir die elastischen Streuwellen $\chi_{\alpha}^{(+)}(\vec{k}_{\alpha}, \vec{r}_{\alpha})$ als die Lösungen der homogenen Differentialgleichungen:

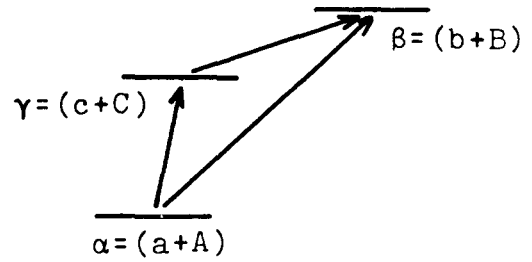


Fig. 3.1

$$(T_{\alpha} + U_{\alpha} - E_{\alpha}) \chi_{\alpha}^{(+)} = 0 \quad (3.1a)$$

Dabei ist U_{α} das optische Potential und $E_{\alpha} = E - \epsilon_{\alpha}$ ist die Differenz aus Gesamtenergie E und innerer Kanalenergie ϵ_{α} . Die Gl. (3.1a) ist gleichzeitig die erste der drei CRC-Gleichungen für das Kopplungsschema aus Fig. 3.1. Die beiden anderen lauten:

$$(T_{\gamma} + U_{\gamma} - E_{\gamma}) \chi_{\gamma} = -(\Psi_{\gamma} | H - E | \Psi_{\alpha} \chi_{\alpha}^{(+)}) \quad (3.1b)$$

$$(T_{\beta} + U_{\beta} - E_{\beta}) \chi_{\beta} = -(\Psi_{\beta} | H - E | \Psi_{\alpha} \chi_{\alpha}^{(+)}) \quad (3.1c)$$

$$-(\Psi_{\beta} | H - E | \Psi_{\gamma} \chi_{\gamma})$$

Der erste Term auf der rechten Seite von (3.1c) beschreibt den direkten Übergang $\alpha \rightarrow \beta$ und der zweite den Übergang von $\gamma \rightarrow \beta$.

Um die Gl. (3.1b) und (3.1c) formal nach χ_γ bzw. χ_β aufzulösen, führen wir Greensoperatoren ein¹⁾:

$$G_\gamma^{(\pm)} := (T_\gamma + U_\gamma - E_\gamma \pm i\epsilon)^{-1} \quad (3.2)$$

Je nach Wahl von $(+i\epsilon)$ oder $(-i\epsilon)$ in (3.2) erzeugen die Greensoperatoren Wellenfunktionen mit asymptotisch auslaufenden (+) oder asymptotisch einlaufenden (-) Kugelwellen. Mit Hilfe von (3.2) ist die spezielle Lösung von (3.1b) gegeben durch:

$$\chi_\gamma^{(+)} = -G_\gamma^{(+)} (\Psi_\gamma | H-E | \Psi_\alpha \chi_\alpha^{(+)}) \quad (3.3)$$

Da $\chi_\gamma^{(+)}$ alle Randbedingungen im Kanal γ erfüllt, verschwindet die homogene Lösung von (3.1b) und $\chi_\gamma^{(+)}$ ist bereits die allgemeine Lösung. Lösen wir Gl. (3.1c) analog zu (3.1b) nach χ_β auf und ersetzen wir gleichzeitig auf der rechten Seite von (3.1c) χ_γ durch (3.3), so ergibt sich:

$$\chi_\beta^{(+)} = -G_\beta^{(+)} \left[(\Psi_\beta | H-E | \Psi_\alpha \chi_\alpha^{(+)}) - (\Psi_\beta | H-E | \Psi_\gamma) G_\gamma^{(+)} (\Psi_\gamma | H-E | \Psi_\alpha \chi_\alpha^{(+)}) \right] \quad (3.4)$$

Schreiben wir nun Gl. (3.4) in der Ortsdarstellung und beachten wir, daß sich der Greensoperator (3.2) im Ortsraum asymptotisch wie¹⁾

$$G_\beta^{(+)}(\vec{r}_\beta, \vec{r}'_\beta) \xrightarrow{r_\beta \rightarrow \infty} \frac{\mu_\beta}{2\pi\hbar^2} \frac{\exp[i(k_\beta r_\beta - n_\beta (\ln(2k_\beta r_\beta)))]}{r_\beta} \chi_\beta^{(-)*}(\vec{k}_\beta, \vec{r}_\beta) \quad (3.5)$$

verhält, so können wir unter Berücksichtigung von (1.9) und (1.10) die Übergangsamplitude $T_{\alpha\beta}$ angeben:

$$\begin{aligned}
 T_{\alpha\beta} = & J \int d\vec{r}'_{\beta} \int d\vec{r}'_{\alpha} \chi_{\beta}^{(-)}(\vec{r}'_{\beta}, \vec{k}_{\beta}) (\Psi_{\beta} | H-E | \Psi_{\alpha}) \chi_{\alpha}^{(+)}(\vec{r}_{\alpha}, \vec{k}_{\alpha}) + \\
 & J \int d\vec{r}'_{\beta} \int \vec{r}_{\gamma} \int d\vec{r}'_{\gamma} \int d\vec{r}'_{\alpha} \chi_{\beta}^{(-)*}(\vec{r}'_{\beta}, \vec{k}_{\beta}) (\Psi_{\beta} | H-E | \Psi_{\gamma}) \times \quad (3.6) \\
 & G_{\gamma}(\vec{r}_{\gamma}, \vec{r}'_{\gamma}) (\Psi_{\gamma} | H-E | \Psi_{\alpha}) \chi_{\alpha}^{(+)}(\vec{r}_{\alpha}, \vec{k}_{\alpha})
 \end{aligned}$$

Der erste Term in (3.6) ist die Streuamplitude in erster Ordnung, der zweite Term ist die zweite Ordnung DWBA. Hier bedeuten nun die runden Klammern eine Integration über die inneren Koordinaten, die den Kanälen α und γ bzw. γ und β gemeinsam sind, und J ist die Jacobideterminante. Die Darstellung der Übergangsamplitude in (3.6) ist besonders kompakt. Zerlegen wir zum Beispiel den Gesamthamiltonoperator H im ersten Term von (3.6) im Eingangskanal α , so erhalten wir zusammen mit (3.1a) die Prior-Form der DWBA-Übergangsamplitude $T_{\alpha\beta}^{(1)}$ (prior) in erster Ordnung:

$$T_{\alpha\beta}^{(1)}(\text{prior}) = J \int d\vec{r}_{\alpha} \int d\vec{r}_{\beta} \chi_{\beta}^{*(-)}(\vec{r}_{\beta}) (\Psi_{\beta} | \bar{V}_{\alpha} | \Psi_{\alpha}) \chi_{\alpha}^{(+)}(\vec{r}_{\alpha}) \quad (3.7a)$$

Wählen wir dagegen für H die Darstellung im Ausgangskanal β , so können wir die Postform der Übergangsamplitude ableiten^{44,45)}

$$T_{\alpha\beta}^{(1)}(\text{post}) = J \int d\vec{r}_{\alpha} \int d\vec{r}_{\beta} \chi_{\beta}^{*(-)}(\vec{r}_{\beta}) (\Psi_{\beta} | \bar{V}_{\beta} | \Psi_{\alpha}) \chi_{\alpha}^{(+)}(\vec{r}_{\alpha}) \quad (3.7b)$$

⁴⁾ Anmerkung: Im Falle der elastischen Streuung muß zu (3.7a) und (3.7b) der Term

$$J \int d\vec{r}_{\beta} \int d\vec{r}_{\alpha} e^{i\vec{k}_{\alpha} \cdot \vec{r}_{\beta}} (\Psi_{\beta} | U_{\alpha} | \Psi_{\alpha}) \chi_{\alpha}^{(+)}(\vec{r}_{\alpha}),$$

der von der einlaufenden ebenen Welle im Eingangskanal herrührt, zur Streuamplitude hinzuaddiert werden.

Damit haben wir die Prior-Post-Relation für die Übergangsamplitude in 1. Ordnung DWBA verifiziert. Es gilt:

$$T_{\alpha\beta}^{(1)}(\text{prior}) = T_{\alpha\beta}^{(1)}(\text{post}) \quad (3.8)$$

Ganz analog zu (3.7a) und (3.7b) können wir verschiedene Darstellungen für die Übergangsamplitude $T_{\alpha\beta}^{(2)}$ des zweiten Terms in (3.6) herleiten, indem wir für den Hamiltonoperator H jeweils die verschiedenen Versionen aus (1.4) einsetzen. Anstatt der Prior- und Postform der $T^{(1)}$ -Matrix in 1. Ordnung DWBA gibt es jetzt je nach Wahl der Restwechselwirkung für die Einstufenprozesse $\alpha \rightarrow \gamma$ und $\gamma \rightarrow \beta$ vier Möglichkeiten der Darstellung der $T^{(2)}$ -Matrix. Wir erhalten die Prior-Post-Form der Übergangsamplitude, wenn wir für den Übergang $\alpha \rightarrow \gamma$ den Hamiltonoperator in der Darstellung des Kanals α (s. (1.4)) und für den Übergang $\gamma \rightarrow \beta$ den in der Darstellung des Kanals β wählen. Unter Berücksichtigung von (3.1a) ergibt sich für den Term zweiter Ordnung von (3.6)^{42,44}:

$$T_{\alpha\beta}^{(2)}(\text{prior,post}) = J \int d\vec{r}_\beta \int d\vec{r}_\gamma \int d\vec{r}'_\gamma \int d\vec{r}_\alpha \chi_\beta^{*(-)}(\vec{r}_\beta) (\Psi_\beta | \bar{V}_\beta | \Psi_\gamma) \times \\ G_\gamma^{(+)}(\vec{r}_\gamma, \vec{r}'_\gamma) (\Psi_\gamma | \bar{V}_\alpha | \Psi_\alpha) \chi_\alpha^{(+)}(\vec{r}_\alpha) \quad (3.9a)$$

..nehmen wir jedoch für den Übergang $\alpha \rightarrow \gamma$ die Darstellung

$$H - E = T_\gamma + H_\gamma + U_\gamma - E + (V_\gamma - U_\gamma) = G_\gamma^{(+)-1} + (V_\gamma - U_\gamma) \quad (3.10)$$

so bleiben zwei Terme:

$$\begin{aligned}
 T^{(2)}(\text{post}, \text{post}) &= J \int d\vec{r}_\beta \int d\vec{r}_\gamma \int \vec{r}'_\gamma \int d\vec{r}_\alpha \chi_\beta^{(-)*}(\vec{r}_\beta) (\Psi_\beta | \bar{V}_\beta | \Psi_\gamma) \times \\
 &\quad G_\gamma^{(+)}(\vec{r}_\gamma, \vec{r}'_\gamma) (\Psi_\gamma | \bar{V}_\gamma | \Psi_\alpha) \chi_\alpha^{(+)}(\vec{r}_\alpha) \\
 &\quad + J \int d\vec{r}_\beta \int d\vec{r}_\gamma \int \vec{r}_\alpha \chi_\beta^{(-)*}(\vec{r}_\beta) (\Psi_\beta | \bar{V}_\beta | \Psi_\gamma) (\Psi_\gamma | \Psi_\alpha) \chi_\alpha^{(+)}(\vec{r}_\alpha)
 \end{aligned} \tag{3.9b}$$

Der zweite Term ist der Nichtorthogonalitätsterm, der im Falle der Orthogonalität von Ψ_γ und Ψ_α verschwinden würde. Analog zu (3.9b) können wir die Prior-Prior- und die Post-Prior-Darstellungen der $T^{(2)}$ -Matrix herleiten^{42,44}:

$$\begin{aligned}
 T^{(2)}(\text{prior}, \text{prior}) &= J \int \vec{r}_\beta \int \vec{r}_\gamma \int \vec{r}'_\gamma \int \vec{r}_\alpha \chi_\beta^{(-)*}(\vec{r}_\beta) (\Psi_\beta | \bar{V}_\gamma | \Psi_\gamma) \times \\
 &\quad G_\gamma^{(+)}(\vec{r}_\gamma, \vec{r}'_\gamma) (\Psi_\gamma | \bar{V}_\alpha | \Psi_\alpha) \chi_\alpha^{(+)}(\vec{r}_\alpha) \\
 &\quad + J \int \vec{r}_\beta \int d\vec{r}_\gamma \int \vec{r}_\alpha \chi_\beta^{(-)*}(\vec{r}_\beta) (\Psi_\beta | \Psi_\gamma) (\Psi_\gamma | \bar{V}_\alpha | \Psi_\alpha) \chi_\alpha^{(+)}(\vec{r}_\alpha)
 \end{aligned} \tag{3.9d}$$

und

$$\begin{aligned}
 T^{(2)}(\text{post}, \text{prior}) &= J \int d\vec{r}_\beta \int d\vec{r}_\gamma \int \vec{r}'_\gamma \int \vec{r}_\alpha \chi_\beta^{(-)*}(\vec{r}_\beta) (\Psi_\beta | \bar{V}_\gamma | \Psi_\gamma) \\
 &\quad * G_\gamma^{(+)}(\vec{r}_\gamma, \vec{r}'_\gamma) (\Psi_\gamma | \bar{V}_\gamma | \Psi_\alpha) \chi_\alpha^{(+)}(\vec{r}_\alpha) \\
 &\quad + J \int d\vec{r}_\beta \int \vec{r}_\gamma \int d\vec{r}_\alpha \chi_\beta^{(-)*}(\vec{r}_\beta) (\Psi_\beta | \Psi_\gamma) (\Psi_\gamma | \bar{V}_\alpha | \Psi_\alpha) \chi_\alpha^{(+)}(\vec{r}_\alpha) + \\
 &\quad J \int d\vec{r}_\beta \int d\vec{r}_\gamma \int d\vec{r}_\alpha \chi_\beta^{(-)*}(\vec{r}_\beta) (\Psi_\beta | \bar{V}_\gamma | \Psi_\gamma) (\Psi_\gamma | \Psi_\alpha) \chi_\alpha^{(+)}(\vec{r}_\alpha)
 \end{aligned}$$

In der Post-Prior-Darstellung haben wir sogar zwei Nichtorthogonalitätsterme. Da alle vier Darstellungen äquivalent sind, scheint

für praktische Rechnungen die Prior-Post-Darstellung (3.9a) zunächst die günstigste zu sein, weil dort kein Nichtorthogonalitätsterm auftritt. Leider ist man bei der Analyse von Reaktionen, die durch leichte Ionen wie Protonen, Deuteronen, α -Teilchen usw. induziert werden, immer gezwungen, die Post-Form für einen Strippingprozeß und die Prior-Form für einen Pickup-Prozeß zu verwenden, wenn man die zero-range-Approximation anwenden will.⁺⁾ Ein Zweischrittprozeß, der aus einem Stripping eines Teilchens mit anschließendem Pickup eines Teilchens besteht, erfordert deshalb in der zero-range-Approximation die Post-Prior-Form der T-Matrix. Dann müssen aber die Nichtorthogonalitätsterme aus (3.9d) berücksichtigt werden. Wir werden später zeigen, daß diese Nichtorthogonalitätsterme zum Beispiel für den ($^3\text{He}, d$)-(d, t) Prozeß sehr wichtig sind.

^{+) Ein CRC-Code, der die CRC-Gleichungen für "Leichtionenreaktionen in exakter finite-range-Rechnung löst, existiert noch nicht. Der CRC-Code JUPITOR-5⁴⁶⁾, der exakte finite-range-Rechnungen für Schwerionenreaktionen durchführen kann, vernachlässigt das in Leichtionenreaktionen wichtige Spin-Bahn-Potential.}

§ 4 Darstellung der CRC-Gleichungen in Partialwellenzerlegung

Die Form der gekoppelten Gleichungen in (1.8) ist für praktische Rechnungen nicht geeignet. Dies liegt im wesentlichen an der in (1.1) formal angegebenen Entwicklung für die totale Streulösung $\psi^{(+)}$, die die Symmetrien des Streuproblems nicht berücksichtigt, d.h. nicht die in praktischen Rechnungen übliche Methode der Partialwellenanalyse verwendet. Um diese Symmetrien auszunutzen, schreiben wir die Kanalwellenfunktionen ψ_α aus (1.2) in der Form

$$\psi_\alpha = \phi_{s_a m_a} \phi_{I_A M_A} \quad (4.1)$$

$\phi_{s_a m_a}$ ist die Wellenfunktion des Projektils, und $\phi_{I_A M_A}$ ist die Targetwellenfunktion. Nun bilden wir aus der Kanalwellenfunktion ψ_α und den winkelabhängigen Funktionen $Y_{\ell_\alpha}^{m_{\ell_\alpha}}(\hat{r}_\alpha)$ der Relativbewegung Wellenfunktionen $\phi_{\ell_\alpha s_a j_\alpha, I_A}^{JM}$, die zu gutem Gesamtdrehimpuls J gekoppelt sind:

$$\begin{aligned} \phi_{\ell_\alpha s_a j_\alpha, I_A}^{JM} &= \sum_{\substack{m_{\ell_\alpha}, m_\alpha \\ m_a, M_A}} (\ell_\alpha m_{\ell_\alpha} s_a m_a | j_\alpha m_\alpha) (j_\alpha m_\alpha I_A M_A | JM) \\ &\quad i^{\ell_\alpha} Y_{\ell_\alpha}^{m_{\ell_\alpha}}(\hat{r}_\alpha) \phi_{s_a m_a} \phi_{I_A M_A} \end{aligned} \quad (4.2)$$

Unter Verwendung dieser Wellenfunktionen können wir die totale Streulösung $\psi^{(+)}$ entwickeln zu

$$\psi^{(+)} = \sum_{\substack{\alpha, \ell_\alpha j_\alpha \\ JM}} \frac{\chi_{\ell_\alpha j_\alpha}^{JM}(r_\alpha)}{r_\alpha} \phi_{\ell_\alpha s_a j_\alpha, I_A}^{JM}(\hat{r}_\alpha) \quad (4.3)$$

wobei die $\chi_{\ell_\alpha j_\alpha}^{JM}(r_\alpha)$ die Partialwellenfunktionen der Relativbewegung sind. Setzen wir nun den Ansatz (4.3) für die totale Streulösung $\psi^{(+)}$ in die Schrödingergleichung (1.1) ein, so erhalten wir in Analogie zu (1.8) für jeden Gesamtdrehimpuls J und Gesamtparität $\pi = (-)^{\ell_\alpha} \pi_a \pi_A$ ein gekoppeltes Integrodifferentialgleichungssystem von der Form

$$\begin{aligned} & \left\{ -\frac{\hbar^2}{2\mu_\beta} \left(\frac{1}{r_\beta^2} \frac{\partial}{\partial r_\beta} r_\beta^2 \frac{\partial}{\partial r_\beta} + \frac{\ell_\beta(\ell_\beta+1)}{r_\beta^2} \right) + U_\beta - E_\beta \right\} \frac{\chi_{\ell_\beta j_\beta}^{JM}(r_\beta)}{r_\beta} \\ &= - \sum_{\alpha, \ell_\alpha j_\alpha} \langle \phi_{\ell_\beta j_\beta}^{JM} | \bar{V}_\beta | \phi_{\ell_\alpha j_\alpha}^{JM} \rangle \frac{\chi_{\ell_\alpha j_\alpha}^{JM}}{r_\alpha} > \\ &+ \sum_{\alpha, \ell_\alpha j_\alpha} \langle \phi_{\ell_\beta j_\beta}^{JM} | \bar{V}_\beta | \psi_\gamma \rangle (\psi_\gamma | \phi_{\ell_\alpha j_\alpha}^{JM} \rangle \frac{\chi_{\ell_\alpha j_\alpha}^{JM}}{r_\alpha} > \end{aligned} \quad (4.4)$$

Die spitzen Klammern beschreiben neben der Integration über die inneren Koordinaten ξ_β auch die Winkelintegration über \hat{r}_β , während die runden Klammern lediglich eine Integration über die inneren Koordinaten anzeigen.

Die Gleichungen (4.4) sind die CRC-Gleichungen für die Streuwellen $\chi_\beta^J(r_\beta)$, wie sie auch in praktischen Rechnungen verwendet werden¹⁸⁾. Die physikalischen Eigenschaften einer Kernreaktion gehen in die Kopplungsmatrixelemente auf der rechten Seite von Gl. (4.4) ein, und zwar in die Matrixelemente ($|\psi_\gamma\rangle = |I_c^M s_c m_c\rangle$)

$$(I_B^M s_b m_b | \bar{V}_\beta | I_A^M s_a m_a) \quad (4.5a)$$

bzw.

$$\sum_{M_c, m_c} (I_B^M s_b m_b | \bar{V}_\beta | I_c^M s_c m_c) (I_c^M s_c m_c | I_A^M s_a m_a) \quad (4.5b)$$

Im nächsten Kapitel wird gezeigt, daß sich (4.5a) und auch (4.5b) in der no-recoil- und zero-range-Näherung (s. Kap. III. § 2 und § 3) immer in eine Multipolreihe folgender Form entwickeln lassen:

$$(I_B^M s_b m_b | W | I_A^M s_a m_a) = \sum_{\ell s j} (I_A^M j m_j | I_B^M) \quad (4.6)$$

$$(\ell m_\ell s m_s | j m_j) (-)^{s_b - m_b} (s_a m_a s_b - m_b | s m_s) F_{\ell s j}^W(r_\alpha) i^{-\ell} Y_\ell^m(\hat{r}_\alpha)$$

mit

$$W: = \begin{cases} \bar{V}_\beta & \text{für (4.5a)} \\ \bar{V}_{\beta, \gamma} = \bar{V}_\beta \sum_{M_C m_C} | I_C^M s_c m_c \rangle \langle I_C^M s_c m_c | & \text{für (4.5b)} \end{cases} \quad (4.7)$$

Dabei ist j der auf das Targetsystem übertragene Drehimpuls, der sich zusammensetzt aus dem Spintransfer s im Projektilsystem und dem Bahndrehimpulstransfer ℓ ¹⁾:

$$\vec{j} = \vec{\ell} + \vec{s} \quad (4.8a)$$

$$\vec{j} = \vec{I}_B - \vec{I}_A \quad (4.8b)$$

$$\vec{s} = \vec{s}_a - \vec{s}_b \quad (4.8c)$$

Der Multipoloperator $F_{\ell s j}^W(r_\alpha)$ läßt sich häufig - etwa bei Einnukleontransferreaktionen - als ein Produkt von einem spektroskopischen Faktor $A_{\ell s j}$, der alle Informationen über die Kernstruktureigenschaften von Projektil und Target enthält, und einem Formfaktor $f_{\ell s j}$ darstellen, der die dynamischen Eigenschaften der Kernreaktion beschreibt¹⁾. Da solch eine Separation für die Nichtorthogonalitätsterme wegen der Summation über die intermediären

Zustände nicht möglich ist, ist solch eine Darstellung des Operators $F_{\ell sj}$ hier nicht angebracht. Wenn wir im folgenden den Operator $F_{\ell sj}$ auch weiterhin mit "Formfaktor $F_{\ell sj}$ " bezeichnen, so sollten wir immer den Unterschied zur üblichen Definition des Formfaktors beachten.

Wie in Anhang A gezeigt wird, können wir mit (4.5) und (4.6) für die Kopplungsmatrixelemente in (4.4) die Darstellung gewinnen:

$$\langle \Phi_{\ell \beta j \beta, I_B}^{JM} | W | \Phi_{\ell \alpha j \alpha, I_A}^{JM} \rangle \frac{\chi_{\ell \alpha j \alpha}^J(r_\alpha)}{r_\alpha} = v_{\ell \beta j \beta, \ell \alpha j \alpha}^{J, W}(r_\alpha) \frac{\chi_{\ell \alpha j \alpha}^J(r_\alpha)}{r_\alpha} \quad (4.9)$$

wobei

$$v_{\ell \beta j \beta, \ell \alpha j \alpha}^{J, W}(r_\alpha) = \hat{I}_B \sum_{\ell sj} A(\ell_\beta s_\beta j_\beta I_B, \ell_\alpha s_\alpha j_\alpha I_A, \ell sj, J) F_{\ell sj}^W(r_\alpha) \quad (4.10)$$

ist mit den "Geometriekoeffizienten" ^{6,18)}

$$A(\ell_\beta s_\beta j_\beta I_B, \ell_\alpha s_\alpha j_\alpha I_A, \ell sj, J) = (4\pi)^{-1/2} i^{\ell_\alpha + \ell_\beta - \ell} (-)^{j_\alpha + I_A - J} \quad (4.11)$$

$$\hat{\ell}_\alpha \hat{\ell}_\beta \hat{j}_\alpha \hat{j}_\beta \hat{s} \hat{j} (\ell_\alpha 0 \ell_\beta 0 | \ell 0) W(j_\alpha j_\beta I_A I_B, j J) \begin{Bmatrix} \ell_\alpha & s_\alpha & j_\alpha \\ \ell_\beta & s_\beta & j_\beta \\ \ell & s & j \end{Bmatrix}$$

Führen wir nun Koordinaten der Form $\rho_\alpha = \frac{A}{A} r$, $\rho_\beta = \frac{A}{B} r$, $\rho_\gamma = \frac{A}{C}$ usw. ein, wobei A, B, C ... usw. die Massen der Targetkerne A, B, C, ... usw. im Kanal $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ usw. sind, so können wir die CRC-Gleichungen (4.4) schreiben als

Anmerkung: Wir benutzen die Abkürzung $\hat{j} = (2j+1)^{1/2}$

$$D_{\ell_\beta}(\rho_\beta) \chi_{\ell_\beta j_\beta}^J(\rho_\beta) = \sum_{\ell_\alpha j_\alpha} \left[v_{\ell_\beta j_\beta, \ell_\alpha j_\alpha}^{J, \bar{V}_\beta}(\rho_\alpha) + \sum_\gamma v_{\ell_\beta j_\beta, \ell_\alpha j_\alpha}^{J, \bar{V}_\beta, \gamma}(\rho_\alpha) \right] \chi_{\ell_\alpha j_\alpha}^J(\rho_\alpha) \quad (4.12)$$

wobei $D_{\ell_\beta}(\rho_\beta)$ der Differentialoperator

$$D_{\ell_\beta}(\rho_\beta) = \frac{\hbar^2}{2\mu_\beta} \left(\frac{d^2}{d\rho_\beta^2} - \frac{\ell_\beta(\ell_\beta+1)}{\rho_\beta^2} \right) - U_\beta + E_\beta \quad (4.13)$$

ist. Die CRC-Gleichungen (4.12) für die Radialwellenfunktionen $\chi_{\ell_\beta j_\beta}^{JM}$ werden unter der Forderung gelöst, daß sie in ihrem asymptotischen Bereich folgenden Randbedingungen genügen:

$$\begin{aligned} \chi_{\ell_\beta j_\beta}^{JM}(r_\beta) &\xrightarrow{r_\beta \rightarrow \infty} \delta_{\ell_\beta, \ell_\alpha} \delta_{\alpha, \beta} \delta_{A, B} \hat{\ell}_\beta e^{i\sigma_{\ell_\beta}} F_{\ell_\beta} \\ &+ \hat{\ell}_\beta \frac{k_\alpha}{k_\beta} \left(\frac{v_\alpha}{v_\beta} \right)^{1/2} e^{i\sigma_{\ell_\beta}} C_{\beta, \alpha}^J (G_{\ell_\beta} + iF_{\ell_\beta}) \end{aligned} \quad (4.14)$$

Dabei sind die F_{ℓ_β} und G_{ℓ_β} die regulären und irregulären Coulombfunktionen, σ_{ℓ_β} ist die Coulombphasenverschiebung und v_β ist die Relativgeschwindigkeit im Kanal β . Die Koeffizienten $C_{\beta, \alpha}^J$ sind die C-Matrixelemente, die durch die asymptotische Anpassung der Lösungen von (4.12) an $(G_{\ell_\beta} + iF_{\ell_\beta})$ gefunden werden. Die Randbedingungen in (4.14) implizieren, daß der Teilchenstrom im Eingangskanal parallel zur z-Achse des Koordinatensystems einläuft und auf eins normiert ist. Unter Berücksichtigung dieser Forderungen und der aus (1.9) läßt sich die totale Streulösung asymptotisch schreiben als:

$$\psi_{\text{asym}} = \frac{\sqrt{4\pi}}{k_\alpha \sqrt{v_\alpha}} \frac{1}{r} \sum_{\ell_\alpha j_\alpha} \chi_{\ell_\alpha j_\alpha}^{JM} (\ell_\alpha 0 s_a m_a | j_\alpha m_a) (j_\alpha m_a I_A M_A | JM)$$

$$* \sum_{\beta, \ell} \sum_{j_{\beta}} \left[\hat{\ell}_{\beta} e^{i\sigma_{\ell\beta}} F_{\ell_{\beta}} \delta_{\alpha, \beta} \delta_{\ell_{\alpha}, \ell_{\beta}} \delta_{A, B} \right. \quad (4.15)$$

$$\left. + \frac{k_{\alpha}}{k_{\beta}} \left(\frac{v_{\alpha}}{v_{\beta}} \right)^{1/2} \hat{\ell}_{\beta} e^{i\sigma_{\ell\beta}} C_{\ell_{\beta} j_{\beta}, \ell_{\alpha} j_{\alpha}}^J (G_{\ell_{\beta}} + iF_{\ell_{\beta}}) \right] \Phi_{\ell_{\beta} s_{\beta} j_{\beta}, I_B}^{JM}(\hat{r}_{\beta})$$

Die Summe aus regulärer und irregulärer Coulombfunktion läßt sich asymptotisch darstellen als

$$G_{\ell_{\beta}} + iF_{\ell_{\beta}} = i^{-\ell_{\beta}} e^{i\sigma_{\ell\beta}} \exp [i(k_{\beta} r_{\beta} - n_{\ell_{\beta}} \ln(2k_{\beta} r_{\beta}))] \quad (4.16)$$

Beachten wir außerdem, daß asymptotisch die Vektoren \vec{k}_{β} und \vec{r}_{β} parallel sind, so dürfen wir in (4.15) \hat{r}_{β} durch \hat{k}_{β} ersetzen und erhalten zusammen mit (4.16) und der Beziehung

$$Y_{\ell}^{m_{\ell}}(\theta, \varphi=0) = \frac{\hat{\ell}}{\sqrt{4\pi}} (-)^{\frac{m_{\ell} + |m_{\ell}|}{2}} \left[\frac{(\ell - |m_{\ell}|)!}{(\ell + |m_{\ell}|)!} \right]^{1/2} P_{\ell |m_{\ell}|}(\cos\theta) \quad (4.17)$$

für einen Übergang $\alpha \rightarrow \beta$ die Übergangsamplitude zu

$$\begin{aligned} T_{M_B m_b, M_A m_a} &= \frac{1}{k_{\beta}} \sum_{\ell_{\alpha} j_{\alpha}} (\ell_{\alpha} 0 s_a m_a | j_{\alpha} m_a) (j_{\alpha} m_a I_A M_A | JM) \\ &\times \sum_{\ell_{\beta} j_{\beta} m_{\ell_{\beta}} m_{\beta}} (\ell_{\beta} m_{\ell_{\beta}} s_b m_b | j_{\beta} m_{\beta}) (j_{\beta} m_{\beta} I_B M_B | JM) \hat{\ell}_{\beta}^2 e^{2i\sigma_{\ell\beta}} \\ &(-)^{\frac{m_{\ell} + |m_{\ell}|}{2}} \left[\frac{(\ell - |m_{\ell}|)!}{(\ell + |m_{\ell}|)!} \right]^{1/2} C_{\ell_{\beta} j_{\beta}, \ell_{\alpha} j_{\alpha}}^J P_{\ell_{\beta} |m_{\ell_{\beta}}|}(\cos\theta) \end{aligned} \quad (4.18)$$

Aus (4.18) ergibt sich der differentielle Streuquerschnitt zu:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{1}{(2I_A + 1)} \frac{1}{(2s_a + 1)} \sum_{\substack{m_a, M_A \\ m_b, M_B}} |T_{m_a M_A, m_b M_B}|^2 \quad (4.19)$$

Kapitel III

Berechnung der Kopplungsmatrixelemente für verschiedene Reaktionen

§ 1 Die direkte unelastische und quasi(un)elastische Streuung

Nach den großen Erfolgen von kollektiven Modellen^{4,6)} bei der Analyse von unelastischen Streudaten konzentriert sich heute das Interesse auf eine mikroskopische Beschreibung der unelastischen und quasi(un)elastischen Streuung^{28,48)}. Dabei meint "mikroskopische Beschreibung", daß für die Anfangs- und Endzustände von Projektil und Target Wellenfunktionen verwendet werden, die die Freiheitsgrade einzelner Nukleonen berücksichtigen (s. z.B. Schalenmodell). Setzen wir voraus, daß die Kernwellenfunktionen hinreichend gut bekannt sind, so besteht bei einer mikroskopischen Beschreibung der Streuprozesse die wesentliche Schwierigkeit darin, einen geeigneten Ansatz für die effektive Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung (NNWW) zwischen Projektil- und Targetnukleonen zu finden. Die effektive NNWW unterscheidet sich von der freien NNWW dadurch, daß eine Wechselwirkung zwischen dem i -ten Projektil- und dem j -ten Targetnukleon immer von den übrigen Projektil- und Targetnukleonen beeinflusst wird. Diese erzeugen nämlich jeweils mittlere Schalenmodellpotentiale, in denen sich die Nukleonen i und j bewegen. Das Pauliprinzip verbietet dann die Streuung der Nukleonen i und j in solche intermediären Zustände, die bereits von anderen Projektil- bzw. Targetnukleonen besetzt sind. Außerdem werden Vielfachstreuungen möglich, d.h. das Projektilnukleon i kann etwa über Targetnukleon k mit dem Targetnukleon j wechselwirken. Will man die Projektil-Target-Wechselwirkung trotzdem als Summe von

Zweiteilchenwechselwirkungen v_{ij} schreiben, so wird aus der freien eine effektive NNWW. Diese ist im allgemeinen sehr kompliziert, d.h. nichtlokal und energieabhängig. Trotzdem kann man versuchen, die effektive NNWW durch ein einfaches, lokales Potential zu approximieren⁴⁸⁾.

Wir wählen im folgenden eine Potentialform, die Zentral- und Tensorkräfte mit geeigneten Isospin- und Spin-Isospinmischungen enthält:

$$V = \sum_{\substack{i \in P \\ j \in T}} g(r_{ij}) \left[V_{00} + V_{10} \vec{\sigma}_i \cdot \vec{\sigma}_j + V_{10}^{\text{ten}} S_{ij} + \vec{\tau}_i \cdot \vec{\tau}_j (V_{01} + V_{11} \vec{\sigma}_i \cdot \vec{\sigma}_j + V_{11}^{\text{ten}} S_{ij}) \right] \quad (1.1)$$

Dabei beschreibt $g(r_{ij})$ die für alle Terme als gleich angenommene Radialabhängigkeit der effektiven NNWW, und S_{ij} ist der Tensoroperator:

$$S_{ij} = \frac{3\vec{\sigma}_i \cdot \vec{r}_{ij} \vec{\sigma}_j \cdot \vec{r}_{ij} - \vec{\sigma}_i \cdot \vec{\sigma}_j}{r_{ij}^2} \quad (1.2)$$

Neben der Approximation der effektiven NNWW durch ein einfaches lokales Potential wird sehr häufig noch eine weitere Näherung eingeführt. Antisymmetrisierungsterme zwischen Projektil- und Targetnukleonen werden vernachlässigt. Diese Approximation wird im allgemeinen dann gemacht, wenn die Projektile aus mehreren Nukleonen zusammengesetzt sind. Im Falle der unelastischen Nukleonenstreuung können die Austauscheffekte exakt berechnet werden⁴⁹⁻⁵¹⁾. Dabei zeigt sich, daß die Beiträge, die die Austauschsterme zum differentiellen Streuquerschnitt liefern, oft in der gleichen Größenordnung liegen wie der direkte Beitrag und deshalb nicht vernachlässigt werden können⁵¹⁾. Für Projektile mit Massen-

zahlen $A > 1$ sind Antisymmetrisierungseffekte nur selten untersucht worden. Es gibt Rechnungen, die den Austausch der Valenznukleonen ("knock-on Term") berücksichtigen⁵²⁾. Bei Schwerionenreaktionen werden diese Antisymmetrisierungseffekte jedoch im allgemeinen vernachlässigt. Da unser Hauptaugenmerk bei der mikroskopischen Formulierung der unelastischen und quasi(un)-elastischen Streuung auch auf Schwerionenreaktionen gerichtet ist, werden wir im folgenden ebenfalls Antisymmetrisierungseffekte vernachlässigen.

Zur Behandlung der genannten Streuprozesse im Rahmen des CRC-Formalismus müssen wir das Matrixelement aus (II.4.6) berechnen. Zunächst stellen wir fest, daß das Matrixelement bezüglich des optischen Potentials U_β verschwindet, weil für unelastische Streuung die Relativkoordinaten im Eingangs- und Ausgangskanal identisch ($\vec{r}_\alpha = \vec{r}_\beta$) und die inneren Kanalwellenfunktionen orthogonal sind:

$$\langle I_B^M s_b m_b | V_\beta - U_\beta | I_A^M s_a m_a \rangle = \langle I_B^M s_b m_b | V_\beta | I_A^M s_a m_a \rangle \quad (1.3)$$

Das Potential V_β ersetzen wir durch das lokale Potential aus (1.1). Um eine möglichst allgemeine, von speziellen Projektil- und Targetwellenfunktionen unabhängige Formulierung zu erreichen, schreiben wir die effektive NNWW aus (1.1) in der Form der zweiten Quantisierung:

$$V = \sum_{\substack{a,b \\ \alpha,\beta}} \langle j_\beta j_b | V | j_\alpha j_a \rangle a_\beta^\dagger a_\alpha c_b^\dagger c_a \quad (1.4)$$

Die Operatoren a_α^\dagger und a_β erzeugen bzw. vernichten ein Nukleon in den Targetschalenmodellzuständen $\alpha = (n_\alpha \ell_\alpha j_\alpha m_\alpha v_\alpha)$ bzw. $\beta =$

$(n_\beta l_\beta j_\beta m_\beta v_\beta)$. Entsprechendes gilt für die Projektilerzeugungs- und Vernichtungsoperatoren c_a^+ und c_b . Da Antisymmetrisierungseffekte nicht berücksichtigt, d.h. Projektil- und Targetnukleonen als nicht identisch behandelt werden, vertauschen die Targeterzeugungs- und Vernichtungsoperatoren mit denen vom Projektilsystem:

$$|a_\beta^+, c_b| = |a_\alpha, c_b| = 0 \quad (1.5)$$

Innerhalb eines Systems erfüllen die Operatoren die üblichen Vertauschungsrelationen für Fermionen.

Die Darstellung der effektiven NNWW in der Form (1.4) hat zusammen mit (1.5) wichtige Konsequenzen für die Berechnung der Kopplungsmatrixelemente, denn dadurch, daß die Fermioperatoren für Projektil- und Targetsystem miteinander vertauschen, wird V zu einem Operator, der im Projektil- und Targetsystem wie ein Einteilchenoperator wirkt. Wollen wir bei der Berechnung der Matrixelemente von (1.4) die bekannten Techniken der Tensoroperatorentwicklung anwenden, so besteht eine Schwierigkeit darin, daß die Wechselwirkung V sowohl von der inneren Projektilkoordinate (\vec{r}_i) als auch von der inneren Targetkoordinate (\vec{r}_j) und von der Relativkoordinate \vec{R} abhängt (s. Fig. 1.1).

Daher müssen wir zur Separierung der Koordinaten \vec{r}_i, \vec{r}_j und \vec{R} eine zweifache Tensorentwicklung durchführen. Der Notation in Fig. (1.1) folgend entwickeln wir zunächst das Potential $V(r_{ij})$ nach \vec{r}_i - und \vec{r}_j -abhängigen irreduziblen Tensoroperatoren und anschließend die \vec{r}_j -abhängigen Operatoren nach Tensoren, die von den Koordinaten \vec{R} und \vec{r}_j abhängen. Im Anhang B erhalten wir für

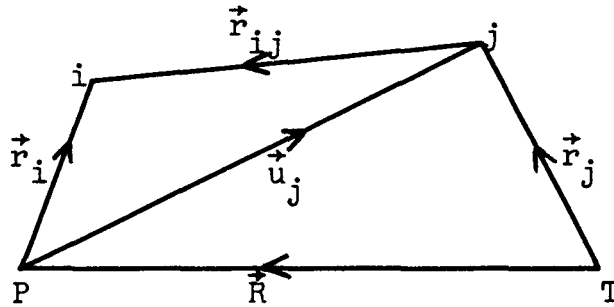


Fig. 1.1

Darstellung der Koordinaten für Projektil- und Targetsystem.

P = Projektilschwerpunkt

T = Targetschwerpunkt

i = Projektilnukleon

j = Targetnukleon

die zweifache Tensorentwicklung den Ausdruck:

$$\begin{aligned}
 V(r_{ij}) = & \sum_{\substack{r,s=0,1 \\ t=0,2}} A_{r,s,t} \sum_{\substack{i \in P \\ j \in T}} \vec{\tau}_i^{(r)} \cdot \vec{\tau}_j^{(r)} \sum_{\substack{k_1, k_2 \\ \vec{m}_s}} (-)^{m_s} \left[C^{(k_1)}(\hat{r}_i) \times \vec{\sigma}_i^{(s)} \right]_{-m_s}^{(s)} \\
 & P(k_1, k_2, s, t) \sum_{\substack{\ell', \ell, J \\ m_\ell, M}} (\ell m_\ell s m_s | JM) Q(\ell', \ell, s, J, k_2) v_{k_1, k_2, t}^{(\ell', \ell, k_2)}(r_i, r_j, R) \\
 & \left[C^{(\ell')}(\hat{r}_j) \times \vec{\sigma}_j^{(s)} \right]_M^J Y_\ell^{m_\ell*}(\hat{R}) \quad (1.6)
 \end{aligned}$$

Dabei sind die Spinoperatoren $\vec{\sigma}^{(r)}$ und Isospinoperatoren $\vec{\tau}^{(r)}$ definiert durch:

$$\vec{\tau}(r): = \begin{cases} \vec{\tau} & \text{für } r = 1 \\ 1 & \text{für } r = 0 \end{cases} \quad \text{und} \quad \vec{\sigma}(r): = \begin{cases} \vec{\sigma} & \text{für } r = 1 \\ 1 & \text{für } r = 0 \end{cases} \quad (1.7)$$

Die $c^{(k)}$ sind die unnormierten Kugelflächenfunktionen, und die Koeffizienten $A_{r,s,t}$, $P(k_1, k_2, s, t)$ und $Q(\ell', \ell, s, J, k_2)$ sowie die Radialfunktionen $v_{k_1, k_2, t}^{(\ell', \ell, k_2)}$ sind im Anhang B angegeben.

Damit ist die effektive NNWW aus (1.1) in eine Summe von Produkten von Tensoroperatoren zerlegt, die jeweils von der Projektilnukleon- und Targetnukleonkoordinate sowie der Relativkoordinate von Projektil und Target abhängen. Das Matrixelement bezüglich der Projektil- und Targeteteilchenzustände läßt sich jetzt mit Hilfe der Rechenmethoden für Tensoroperatoren⁵³⁾ leicht berechnen (Anhang C).

Durch Berechnung der Matrixelemente

$$\langle I_B^M T_B^M T_B^M | a_{j_\beta m_\beta}^\dagger v_\beta a_{j_\alpha m_\alpha} v_\alpha | I_A^M T_A^M T_A^M \rangle \quad (1.8a)$$

und

$$\langle s_b m_b t_b m_{t_b} | c_{j_b m_b}^\dagger v_b c_{j_a m_a} v_a | s_a m_a t_a m_{t_a} \rangle \quad (1.8b)$$

für spezielle Target- und Projektilwellenfunktionen $|I_A^M T_A^M T_A^M\rangle$ und $|I_B^M T_B^M T_B^M\rangle$ bzw. $|s_a m_a t_a m_{t_a}\rangle$ und $|s_b m_b t_b m_{t_b}\rangle$ läßt sich zusammen mit (1.4) das Kopplungsmatrixelement für unelastische und quasi(un)elastische Streuung bestimmen.

§ 2 Berechnung der Einnukleontransfermatrixelemente in der no-recoil-Näherung

Zur Berechnung von Zweischrittprozessen mit sukzessivem Nukleonttransfer im CRC-Formalismus müssen wir die zugehörigen Einnukleontransfermatrixelemente bestimmen, die als Kopplungsmatrixelemente in II.4.12 benötigt werden. Wir beginnen mit der Berechnung der Matrixelemente für eine Strippingreaktion. Dabei werden wir im wesentlichen den Ausführungen von Tamura⁴⁰⁾ folgen.

In einer Strippingreaktion der Form $A(a,b)B$ wird ein Teilchen x vom Projektil a zum Target A transferiert. Das transferierte Teilchen x bewegt sich vor der Reaktion im Orbital $\phi_{n_2 \ell_2}(\vec{r}_2)$ um b und nach der Reaktion im Orbital $\phi_{n_1 \ell_1}(\vec{r}_1)$ um A (s. Fig. 2.1)

Verantwortlich für den Transfer ist das Potential \bar{V} , das in der Postform durch

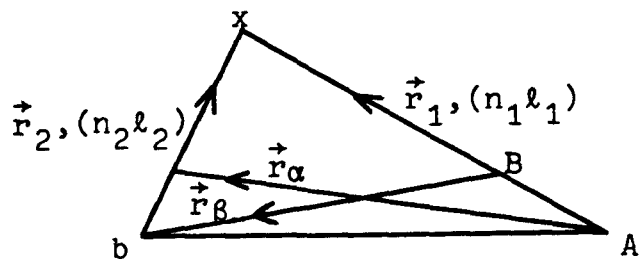


Fig. 2.1

$$\bar{V}_\beta = V_{bx} + V_{bA} - U_\beta \quad (\text{post}) \quad (2.1a)$$

und in der Priorform durch

$$\bar{V}_\alpha = V_{Ax} + V_{bA} - U_\alpha \quad (\text{prior}) \quad (2.1b)$$

gegeben ist. Nehmen wir an, daß die optischen Potentiale U_α bzw.

U_β so gewählt werden können, daß sie jeweils die Wechselwirkung V_{bA} aufheben - die Richtigkeit dieser Annahme wird in § 4 untersucht -, so ergibt sich

$$\bar{V}_\beta \approx V_{bx}(\vec{r}_2) \quad (\text{post}) \quad (2.2a)$$

$$\bar{V}_\alpha \approx V_{Ax}(\vec{r}_1) \quad (\text{prior}) \quad (2.2b)$$

Die Potentiale V_{bx} und V_{Ax} representieren gerade die mittleren Potentiale, in denen sich das Teilchen x im Projektil- bzw. Targetsystem bewegt.

Führen wir eine Fractional-Parentage-Entwicklung der Projektilwellenfunktion $|s_a m_a\rangle$ und der Restkernwellenfunktion $|I_B^M B\rangle$ bezüglich des Teilchens x ein, so können wir $|s_a m_a\rangle$ und $|I_B^M B\rangle$ schreiben als

$$\phi_{s_a m_a} = \sum_{\substack{n_2 \ell_2 s_x \\ s, m_2, m_x}} C_{n_2 \ell_2 s_x}^{s_a s_b s} (s_b m_b s m_s | s_a m_a) (\ell_2 m_2 s_x m_x | s m_s) \quad (2.3a)$$

$$\phi_{s_x m_x}(\xi_x) \phi_{n_2 \ell_2 m_2}(\vec{r}_2) \phi_{s_b m_b}(\xi_b)$$

und

$$\phi_{I_B^M B} = \sum_{\substack{n_1 \ell_1 s_x \\ j, m_1, m_x}} C_{n_1 \ell_1 s_x}^{I_B I_A j} (I_A^M A j m_j | I_B^M B) (\ell_1 m_1 s_x m_x | j m_j) \quad (2.3b)$$

$$\phi_{s_x m_x}(\xi_x) \phi_{n_1 \ell_1 m_1}(\vec{r}_1) \phi_{I_A^M A}(\xi_A)$$

Dabei ist $\phi_{s_x m_x}(\xi_x)$ die innere Wellenfunktion des transferierten Teilchens x, und die Entwicklungskoeffizienten $C_{n_1 l_1 s_x}^{I_B I_A j}$ und $C_{n_2 l_2 s_x}^{s_a s_b s}$ sind die zugehörigen Fractional-Parentage-Koeffizienten des Teilchens x bezüglich des Target- und des Projektilsystems. Sie unterscheiden sich von den jeweiligen spektroskopischen Amplituden um einen Faktor $\sqrt{n_j}$ bzw. $\sqrt{n_s}$, wobei n_j bzw. n_s die Anzahl der Teilchen im Orbital $n_1 l_1 j_1$ vom Kern B bzw. im Orbital $n_2 l_2 j_2$ vom Kern a sind. Mit der Darstellung der Projektil- und Restkernwellenfunktionen in (2.3a) und (2.3b) erhalten wir für das Matrixelement (II.4.5a) nach Integration über die inneren Koordinaten $\xi = (\xi_b, \xi_A, \xi_x)$

$$\begin{aligned} & \langle I_B^M s_b m_b | \bar{V}_\beta | I_A^M s_a m_a \rangle \\ &= \sum_{lsj} \left\{ \sum_{n_1 l_1 n_2 l_2} d_{n_1 l_1 n_2 l_2}^{lsj, BbAa} f_{\tilde{m}_\ell}^{n_1 l_1 n_2 l_2}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \right\} (-)^{s_b - m_b} (s_a m_a s_b - m_b | s m_s) \\ & \quad (\ell m_\ell s m_s | j m_j) (I_A^M j m_j | I_B^M) \end{aligned} \quad (2.4)$$

mit den Strukturkoeffizienten

$$d_{n_1 l_1 n_2 l_2}^{lsj, AaBb} = \sum_{s_x} C_{n_2 l_2 s_x}^{s_a s_b s} C_{n_1 l_1 s_x}^{I_B I_A j*} \hat{\ell} \hat{s}_a (-)^{s + \ell_2 - s_x} W(\ell_1 \ell_2 j s, \ell s_x) \quad (2.5)$$

und der Größe

$$f_{\tilde{m}_\ell}^{n_1 l_1 n_2 l_2}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) := (-)^{\ell + m_\ell} \left[\phi_{n_1 l_1}(\vec{r}_1) \phi_{n_2 l_2}(\vec{r}_2) \right]_{\ell - m_\ell}, \quad (2.6)$$

die die dynamischen Eigenschaften der Kernreaktion beschreibt.

In (2.6) ist je nach Prior- oder Post-Darstellung des Matrixele-

menten (2.4) das Potential \bar{V}_α (2.2b) bzw. \bar{V}_β (2.2a) in $\phi_{n_1 \ell_1}(\vec{r}_1)$ bzw. $\phi_{n_2 \ell_2}(\vec{r}_2)$ hineindefiniert.

Wenn die CRC-Gleichungen in exakter finite-range-Rechnung gelöst werden, entwickelt man die $f_{\ell m_\ell}^{n_1 \ell_1 n_2 \ell_2}(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$ nach Tensoroperatoren, die von den Relativkoordinaten \vec{r}_α und \vec{r}_β (s. Fig. 2.1) abhängen. Für die no-recoil-Rechnung empfiehlt es sich jedoch, eine Tensorentwicklung nach den Koordinaten (\vec{r}_2, \vec{r}) (s. Fig. 2.1) vorzunehmen. Mit den Beziehungen (s. Fig. 2.1)

$$\begin{aligned}\vec{r}' &= \vec{r}_2 \\ \vec{r}_1 &= \vec{r} + \vec{r}'\end{aligned}\tag{2.7}$$

erhalten wir für die Entwicklung von (2.6) nach den sphärischen Kugelflächenfunktionen $Y_{\ell_a}^{m_a}(\hat{r})$ und $Y_{\ell_b}^{m_b}(\hat{r}')$:

$$f_{\ell m_\ell}^{\ell_1 n_1 \ell_2 n_2}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \sum_{\substack{\ell_a \ell_b \\ m_a m_b}} F_{\ell, \ell_a \ell_b}^{\ell_1 n_1 \ell_2 n_2}(r, r') \left[Y_{\ell_a}^{m_a}(\hat{r}) Y_{\ell_b}^{m_b}(\hat{r}') \right]_{\ell m_\ell} \tag{2.8}$$

wobei $F_{\ell, \ell_a \ell_b}^{\ell_1 n_1 \ell_2 n_2}(r, r')$ gegeben ist durch (s. Anhang D) und Ref. 40)

$$\begin{aligned}F_{\ell \ell_a \ell_b}^{n_1 \ell_1 n_2 \ell_2}(r, r') &= \frac{1}{2} \sum_{\lambda_1, \lambda_1', \Lambda_a} i^{\ell_1 + \ell_2 + \ell_a + \ell_b} (-)^{\ell_1 + \lambda_1' + \ell_1} \delta_{\lambda_1 + \lambda_1', \ell_1} \left[\frac{(2\ell_1 + 1)!}{(2\lambda_1 + 1)! (2\lambda_1' + 1)!} \right]^{\frac{1}{2}} \\ &\quad \hat{\lambda}_1' \hat{\lambda}_1 \hat{\ell}_1 \hat{\ell}_2 \hat{\ell}_a \hat{\ell}_b \hat{\Lambda}_a (\lambda_1' 0 \ell_2 0 | \Lambda_a 0) (\Lambda_a 0 \ell_b 0 | k 0) \\ &\quad (\lambda_1 0 \ell_a 0 | k 0) W(\ell_1 \ell_2 \lambda_1 \Lambda_a, \ell \lambda_1') W(\ell_a \ell_b \lambda_1 \Lambda_a; \ell k) \\ &\quad r^{\lambda_1} r'^{\lambda_1'} \phi_{n_2 \ell_2}(r') G_k(r, r')\end{aligned}\tag{2.9}$$

mit

$$G_k(r, r') := \int_{-1}^{+1} |\vec{r} + \vec{r}'|^{-\ell_1} \Phi_{n_1 \ell_1}(|\vec{r} + \vec{r}'|) P_k(\cos \omega) d(\cos \omega) \quad (2.10)$$

Die Gl. (2.9) ist noch exakt, d.h. in den bisherigen Ableitungen sind noch keine Approximationen gemacht worden. Die no-recoil-Approximation besteht nun darin, daß wir in den Streuwellen $\chi_\alpha(\vec{r}_\alpha)$ und $\chi_\beta(\vec{r}_\beta)$ (s. Gl. II.4.2) die Relativkoordinaten (s. Fig. 2.1)

$$\begin{aligned} \vec{r}_\alpha &= \vec{r} + \frac{x}{a} \vec{r}' \\ \vec{r}_\beta &= \frac{A}{B} \vec{r} - \frac{x}{B} \vec{r}' \end{aligned} \quad (2.11)$$

durch

$$\begin{aligned} \vec{r}_\alpha &\approx \vec{r} \\ \vec{r}_\beta &\approx \frac{A}{B} \vec{r} \end{aligned} \quad (2.12)$$

approximieren, d.h. den \vec{r}' -abhängigen Term in (2.11) vernachlässigen. Diese Approximation ist nur unter ganz bestimmten Voraussetzungen gerechtfertigt, die in einem späteren Paragraphen (§ 4) erläutert werden.

Aufgrund der Annahme (2.12) werden die Streuwellen $\chi_{\ell_\alpha j_\alpha}^{JM}$ in den Kopplungsmatrixelementen (II.4.4) von der Integration über \vec{r}' unabhängig. Daher kann die Integration über \vec{r}' in (II.4.4) ausgeführt werden, d.h. Gl. (2.8) kann über \vec{r}' integriert werden. Gl. (2.8) besitzt nur einen winkelabhängigen Anteil bezüglich \hat{r}' nämlich $Y_{\ell_b}^m(\hat{r}')$. Deshalb erhalten wir bei der Integration von (2.8) über \hat{r}' :

$$\int d\hat{r}' Y_{\ell_b}^{m_b}(\hat{r}') = \sqrt{4\pi} \delta_{\ell_b,0} \delta_{m_b,0} \quad (2.13)$$

Die Summation bezüglich ℓ_b in (2.8) reduziert sich auf den Term mit $\ell_b = 0$, wodurch der Drehimpulsanteil von (2.9) vereinfacht wird. Gleichzeitig impliziert $\ell_b = 0$ die Bedingung $\ell = \ell_a$; dadurch erhalten wir den no-recoil-Formfaktor zu⁴⁰⁾

$$F_{NR}^{j\ell s, AaBb}(r) = \frac{\sqrt{4\pi}}{2} \sum_k \sum_{n_1 \ell_1 n_2 \ell_2} d_{n_1 \ell_1 n_2 \ell_2}^{j\ell s, AaBb} i^{\ell_1 + \ell_2 + \ell} (-)^k \delta_{\ell_1, \lambda_1 + \lambda_1'} \quad (2.14)$$

$$\left[\frac{(2\ell_1 + 1)!}{(2\lambda_1 + 1)!(2\lambda_1' + 1)!} \right]^{\frac{1}{2}} \hat{\lambda}_1 \hat{\lambda}_1 \hat{\ell}_1 \hat{\ell}_2 (\lambda_1' 0 \ell_2 0 | k 0) (\lambda_1 0 \ell 0 | k 0)$$

$$W(\ell_1 \ell_2 \lambda_1 k, \ell \lambda_1') r^{\lambda_1} \int dr' r'^{2+\lambda_1'} \phi_{n_2 \ell_2}(r') G_k^{n_1 \ell_1 j}(r, r')$$

so daß wir für das Kopplungsmatrixelement die Form von (II.4.6) erhalten:

$$\langle I_B^M s_b m_b | V | I_A^M s_a m_a \rangle = \sum_{j\ell s} F_{NR}^{j\ell s, AaBb}(r) i^{-\ell} Y_{\ell}^{m_{\ell}^*}(\hat{R}) \quad (2.15)$$

$$(-)^{s_b - m_b} (s_a m_a s_b - m_b | s m_s) (I_A^M s_a m_a | I_B^M s_b m_b) (\ell m_{\ell} s m_s | j m_j)$$

Aus (2.15) können wir weiter die bekannte zero-range-Näherung ableiten¹⁾. Wir erinnern uns, daß in der Postform $\phi_{n_2 \ell_2}$ das Produkt aus der Wechselwirkung $V(r')$ und der Radialwellenfunktion des Teilchens x relativ zum Kern b ist. Die zero-range-Approximation besteht darin, $\phi_{n_2 \ell_2}(r')$ proportional zur δ -Funktion zu setzen:

$$\phi_{n_2 \ell_2}(r') := \bar{D}_0 \frac{\delta(r')}{r'^2} \quad (2.16)$$

\bar{D}_0 ist durch

$$\bar{D}_0 := \frac{D_0}{\sqrt{4\pi}} \quad (2.17)$$

mit der üblichen zero-range-Konstanten D_0 verbunden¹⁾. Aus (2.16) folgt, daß $\ell_2 = 0$ gelten muß, d.h. die Näherung ist nur für s-Wellen möglich.

Setzen wir (2.16) in den radialen Teil von (2.15) ein, so ergibt sich

$$\begin{aligned} \delta_{\lambda_1 + \lambda'_1, \ell_1} r^{\lambda_1} \int dr' r'^{\lambda'_1 + 2} \phi_{n_2 \ell_2}(r') G_k^{n_1 \ell_1 j}(r, r') \\ = \delta_{\lambda'_1, 0} \delta_{K, 0} \delta_{\ell_1, \lambda_1} 2\bar{D}_0 \phi_{n_1 \ell_1}(r) \end{aligned} \quad (2.18)$$

Mit (2.18) erhalten wir aus (2.15) den zero-range-Formfaktor zu

$$F_{ZR}^{jls, AaBb}(r) = \sum_{n_1 \ell_1} d_{n_1 \ell_1}^{jls, AaBb} \frac{D_0}{\sqrt{4\pi}} \phi_{n_1 \ell_1}(r) \quad (2.19)$$

mit der gegenüber (2.5) einfacheren Form für den Strukturkoeffizienten

$$d_{n_1 \ell_1 n_2 \ell_2}^{lsj, AaBb} = C_{n_2 \ell_2 s_x}^{s_a s_b s} C_{n_1 \ell_1 s_x}^{I_B I_A j^*} \frac{\hat{s}_a}{\hat{s}} \quad (2.20)$$

Damit sind die Einnukleonentransferkopplungsmatrixelemente mit sukzessivem Nukleonentransfer in der no-recoil- oder zero-range-Approximation berechenbar. Die obigen Ableitungen wurden für einen Strippingprozeß durchgeführt. Die gleichen Formeln können

für einen Pickup-Prozeß verwendet werden. Lediglich die spektroskopischen Amplituden müssen neu berechnet werden.

§ 3 Berechnung der Nichtorthogonalitätsterme in der no-recoil-Näherung

In diesem Paragraphen berechnen wir die Nichtorthogonalitätsterme aus Gl. (II.4.5b) in der no-recoil-Approximation. Dazu gehen wir von einem Zweischrittprozeß der Form $\alpha = (a+A) \rightarrow \gamma = (c+C) \rightarrow \beta = (b+B)$ aus, wobei die Projektilmassen die Ungleichungen

$$m_a > m_c, m_c < m_b \quad (3.1a)$$

bzw.

$$m_a > m_c, m_c > m_b \quad (3.1b)$$

erfüllen sollen. Im Fall (3.1a) liegt ein Stripping-Pickup-Prozeß vor, wie er etwa bei Ladungsaustauschprozessen oder bei unelastischer Streuung vorkommt. Der Fall (3.1b) beschreibt einen zweifachen Strippingprozeß, etwa den sukzessiven Nukleonentransfer in Zweinukleontransferreaktionen.

Für beide Prozesse haben die Nichtorthogonalitätsterme die Gestalt (II.1.8, II.4.5b):

$$\sum_{\gamma} (\Psi_{\beta} | \bar{V}_{\beta} | \Psi_{\gamma}) (\Psi_{\gamma} | \Psi_{\alpha} \chi_{\alpha}(\vec{r}_{\alpha})) \quad (3.2)$$

Die Wechselwirkung \bar{V} kann auch wie in (II.3.9c) zwischen den Wellenfunktionen Ψ_{α} und Ψ_{γ} stehen, die Struktur des Nichtorthogonalitätstermes wird dadurch jedoch nicht geändert.

Die für den Stripping-Pickup-Prozeß relevanten Koordinaten sind in Fig. 3.1a dargestellt. Das Teilchen 1 wird vom Projektil a zum Targetkern A transferiert, wodurch intermediär die Kerne c und

C gebildet werden. Anschließend bewegt sich Teilchen 2 vom Targetsystem C zum intermediären Projektil c, um die Endkonfiguration "Restkern B - Ejektil b" zu bilden. Die einzelnen Schritte sind in der gleichen Reihenfolge in Fig. 3.1b und Fig. 3.1c noch einmal gesondert dargestellt. Unter Verwendung von Gl. (2.4) für den ersten und zweiten Transfer können wir die Nichtorthogonalitätsterme in Gl. (3.2) schreiben als:

$$\begin{aligned}
 & \sum_{\substack{I_C^M C \\ s_c^m c}} (I_B^M B s_b^m b | \bar{V}_\beta | I_C^M C s_c^m c) (I_C^M C s_c^m c | I_A^M A s_a^m a, \chi_\alpha(\vec{r}_\alpha)) \quad (3.3) \\
 &= \sum_{\substack{I_C^M C \\ s_c^m c}} \int d\vec{r}_{2c}^3 \int d\vec{r}_{1A}^3 \sum_{L_2 S_2 J_2} \left\{ \sum_{\ell_1' n_1' \ell_2' n_2'} d_{n_1' \ell_1' n_2' \ell_2'}^{L_2 S_2 J_2, BbCc} \bar{V}_{\beta, n_1' \ell_1' n_2' \ell_2'}^{L_2 M L_2}(\vec{r}_{2c}, \vec{r}_{2B}) \right\} \\
 & \quad \times \sum_{L_1 S_1 J_1} \left\{ \sum_{\ell_1 n_1 \ell_2 n_2} d_{n_1 \ell_1 n_2 \ell_2}^{L_1 S_1 J_1, CcAa} f_{n_1 \ell_1 n_2 \ell_2}^{L_1 M L_1}(\vec{r}_{1c}, \vec{r}_{1A}) \right\} \chi_\alpha(\vec{r}_\alpha) \\
 & \quad \times (-)^{s_b - m_b} (s_c^m c s_b^{-m_b} | S_2^M S_2) (L_2^M L_2 S_2^M S_2 | J_2^M J_2) \\
 & \quad \times (-)^{s_c - m_c} (s_a^m a s_c^{-m_c} | S_1^M S_1) (L_1^M L_1 S_1^M S_1 | J_1^M J_1) \\
 & \quad \times (I_C^M C J_2^M J_2 | I_B^M B) (I_A^M A J_1^M J_1 | I_C^M C)
 \end{aligned}$$

Jeweils drei geeignet gewählte Koordinaten in (3.3) sind unabhängige Variable. Will man eine exakte finite-range-Rechnung durchführen, so führt man die Transformation

$$\begin{aligned}
 \vec{r}_{2c} &= \frac{bB}{xT} \vec{r}_\beta - \frac{bC}{xT} \vec{r}_\gamma \\
 \vec{r}_{2B} &= \frac{bC}{xT} \vec{r}_\beta - \frac{cC}{xT} \vec{r}_\gamma \\
 \vec{r}_{1c} &= \frac{aA}{xT} \vec{r}_\alpha - \frac{aC}{xT} \vec{r}_\gamma \\
 \vec{r}_{1A} &= \frac{aC}{xT} \vec{r}_\alpha - \frac{cC}{xT} \vec{r}_\gamma
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

durch und nimmt als unabhängige Integrationsvariable $\{\vec{r}_\alpha, \vec{r}_\gamma, \vec{r}_\beta\}$. Für die no-recoil-Näherung dagegen empfiehlt es sich, \vec{r}_{2B} und \vec{r}_{1A} zu ersetzen durch

$$\vec{r}_{2B} = \vec{r}_{2c} + \vec{r}_{cB} \tag{3.5a}$$

$$\vec{r}_{1A} = \vec{r}_{1c} + \vec{r}_{cA} \tag{3.5b}$$

und die Relativkoordinaten zu schreiben als:

$$\vec{r}_\alpha = \vec{r}_{cA} + \frac{x}{a} \vec{r}_{1c} \tag{3.6a}$$

$$\vec{r}_\gamma = \frac{A}{C} \vec{r}_{cA} - \frac{x}{c} \vec{r}_{1c} \tag{3.6b}$$

$$\vec{r}_\gamma = \frac{B}{C} \vec{r}_{cB} - \frac{x}{c} \vec{r}_{2c} \tag{3.6c}$$

$$\vec{r}_\beta = \vec{r}_{cB} + \frac{x}{b} \vec{r}_{2c} \tag{3.6d}$$

Die no-recoil-Näherung besteht nun in der Vernachlässigung der Terme $\frac{x}{a} \vec{r}_{1c}$ und $\frac{x}{b} \vec{r}_{2c}$ in (3.6a) und (3.6d), d.h. die Streuwellen werden zu Funktionen der Variablen \vec{r}_{cA} und \vec{r}_{cB} . Vernachlässigen

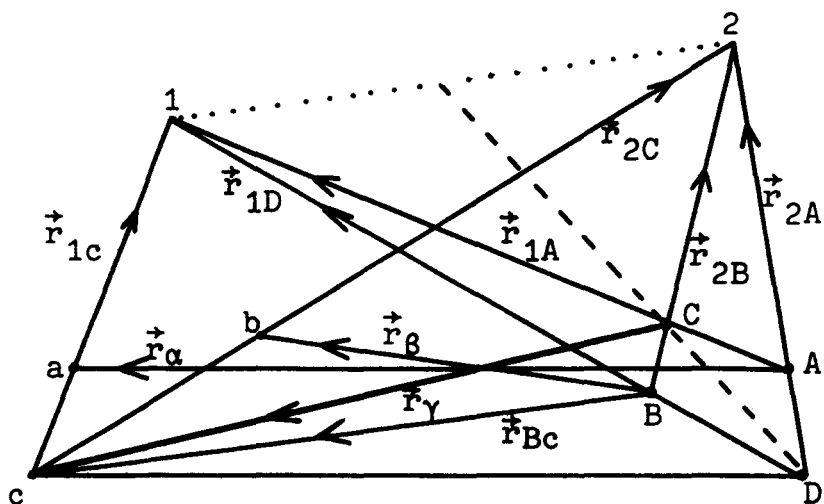


Fig. 3.1a

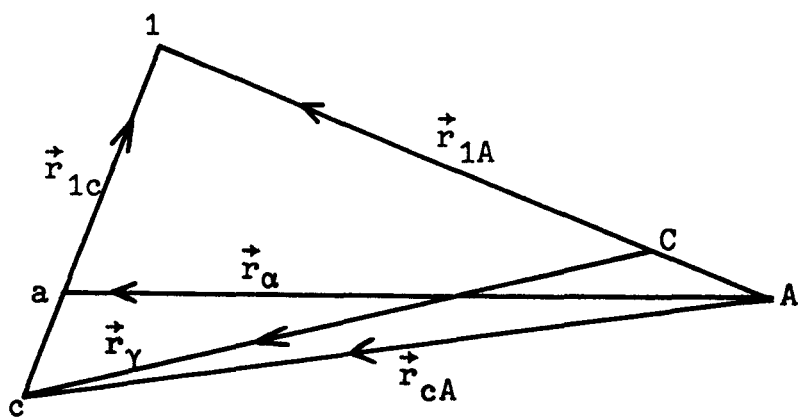


Fig. 3.1b

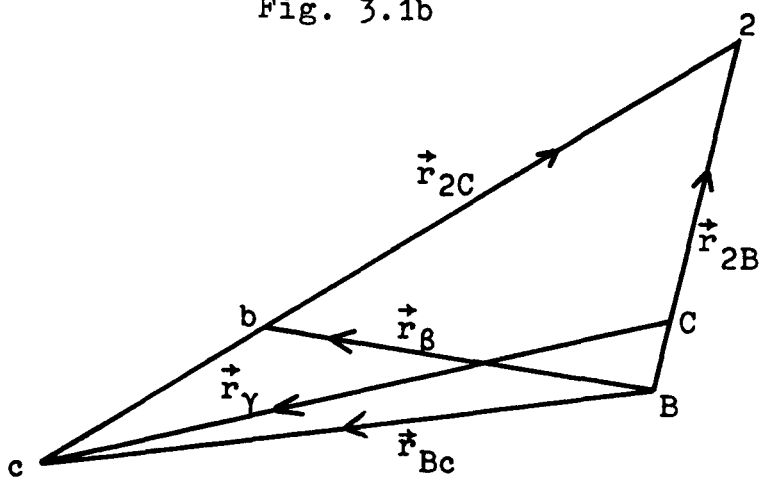


Fig. 3.1c

Pickup-Stripping-Prozeß

wir ebenfalls die zweiten Terme in (3.6b) und (3.6c) - was normalerweise eine gute Approximation ist, wenn der Targetkern C zu den mittelschweren Kernen zählt - , so erhalten wir

$$\vec{r}_\gamma \approx \frac{A}{C} \vec{r}_{cA} = \frac{B}{C} \vec{r}_{cB} \quad (3.7)$$

Die Approximation (3.7) ermöglicht zusammen mit der no-recoil-Approximation eine Separierung des Doppelintegrals in (3.3). Außerdem haben wir wegen des Stripping-Pickup-Prozesses $A = B$ und damit $\vec{r}_\alpha = \vec{r}_\beta = \vec{r}$. Damit ergibt sich für den ortsabhängigen Teil von (3.3):

$$\begin{aligned} & \int d^3\vec{r}_{2c} \int d^3\vec{r}_{1A} \left\{ \sum_{n_1' \ell_1' n_2' \ell_2'} d_{n_1' \ell_1' n_2' \ell_2'}^{L_2 S_2 J_2, BbCc} f_{L_2 M_{L_2}}^{n_1' \ell_1' n_2' \ell_2'}(\vec{r}_{2c}, \vec{r}_{2B}) \right\} \\ & \times \left\{ \sum_{\ell_1 n_1 \ell_2 n_2} d_{n_1 \ell_1 n_2 \ell_2}^{L_1 S_1 J_1, CcAa} f_{L_1 M_{L_1}}^{n_1 \ell_1 n_2 \ell_2}(\vec{r}_{1c}, \vec{r}_{1A}) \right\} \chi_\alpha(\vec{r}_\alpha) \\ & = \int d^3\vec{r}_{2c} \left\{ \sum_{n_1' \ell_1' n_2' \ell_2'} d_{n_1' \ell_1' n_2' \ell_2'}^{L_2 S_2 J_2, BbCc} f_{L_2 M_{L_2}}^{n_1' \ell_1' n_2' \ell_2'}(\vec{r}_{2c}, \vec{r}) \right\} \\ & \times \int d^3\vec{r}_{1c} \left\{ \sum_{n_1 \ell_1 n_2 \ell_2} d_{n_1 \ell_1 n_2 \ell_2}^{L_1 S_1 J_1, CcAa} f_{L_1 M_{L_1}}^{n_1 \ell_1 n_2 \ell_2}(\vec{r}_{1c}, \vec{r}) \right\} \chi_\alpha(r) \end{aligned} \quad (3.8)$$

Für die beiden Faktoren im Produkt (3.8) können wir die Ergebnisse von (2.4), (2.14) und (2.15) verwenden und wir erhalten für (3.8) die Darstellung:

$$F_{NR}^{J_1 S_1 J_1, BbCc}(\vec{r}) F_{NR}^{J_2 S_2 J_2, CcAa}(\vec{r}) Y_{L_1 M_{L_1}}(\hat{r}) Y_{L_2 M_{L_2}}(\hat{r})$$

Unter Verwendung der Relation

$$\sum_{M_{L_1} M_{L_2}} (L_1 - M_{L_1} L_2 - M_{L_2} | L - M_L) Y_{L_1 M_{L_1}} Y_{L_2 M_{L_2}} \quad (3.10)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{4\pi}} i^{L_1 + L_2 - L} \frac{\hat{L}_1 \hat{L}_2}{\hat{L}} (L_1 0 L_2 0 | L 0) Y_{LM_L}(\hat{r})$$

und nach geeigneter Kopplung der Clebsch-Gordon-Koeffizienten in (3.3) (Anhang E) ergibt sich für die Nichtorthogonalitätsterme im Falle des Stripping-Pickup-Prozesses:

$$\sum_{m_c, M_C} \langle I_B^M s_b m_b | V_\beta | I_C^M s_c m_c \rangle \langle I_C^M s_c m_c | I_A^M s_a m_a \rangle$$

$$= \sum_{LSJ} (-)^{s_b - m_b} (s_a m_a s_b - m_b | SM_S) (I_A^M A JM | I_B^M B) (LM_L SM_S | JM) \quad (3.11)$$

$$i^{-L} Y_{L M_L}^*(\hat{r}) \bar{V}_{LSJ}^{\beta, \gamma}(r)$$

mit

$$\bar{V}_{LSJ}^{\beta, \gamma}(r) = \sqrt{4\pi} \sum_{J_1 J_2 S_1 S_2 L_1 L_2} i^{L_1 + L_2 - L} (-)^{S_1 + S_2 - S + L_1 + L_2 - L} \hat{S}_1 \hat{S}_2 \hat{L}_1 \hat{L}_2 \hat{J}_1 \hat{J}_2$$

$$\hat{S} \hat{J} \hat{I}_C W(s_a S_1 s_b S_2; s_c S) W(I_A J_1 I_B J_2 | I_C J) \quad (3.12)$$

$$\begin{Bmatrix} L_1 & S_1 & J_1 \\ L_2 & S_2 & J_2 \\ L & S & J \end{Bmatrix} (L_1 0 L_2 0 | L 0) \bar{V}_{NR, BbCc}^{\beta, L_2 S_2 J_2}(r) F_{NR, CcAa}^{L_1 S_1 J_1}(r)$$

Gl. (3.11) hat genau die Form von (4.5b).

Für den zweifachen Strippingprozeß (3.1b) bleibt der soeben dargestellte Formalismus zur Berechnung der Nichtorthogonalitätsterme im wesentlichen erhalten. Wir müssen lediglich andere Koordinaten zur Beschreibung des Prozesses wählen. Diese sind in Fig. 3.2 (a-c) dargestellt. Nukleon 1 und Nukleon 2 werden nacheinander vom Projektil a zum Target A transferiert. Anstatt von (3.6) haben wir jetzt für die Relativkoordinaten \vec{r}_α , \vec{r}_γ , \vec{r}_β die Beziehungen:

$$\vec{r}_\alpha = \vec{r}_{cA} + \frac{x}{a} \vec{r}_{1c} \quad (3.13a)$$

$$\vec{r}_\gamma = \frac{A}{C} \vec{r}_{cA} - \frac{x}{c} \vec{r}_{1c} \quad (3.13b)$$

$$\vec{r}_\gamma = \vec{r}_{bC} + \frac{x}{c} \vec{r}_{2b} \quad (3.13c)$$

$$\vec{r}_\beta = \frac{C}{B} \vec{r}_{bC} - \frac{x}{B} \vec{r}_{2b} \quad (3.13d)$$

Die Vernachlässigung der zweiten Terme auf der rechten Seite von (3.13) ergibt:

$$\vec{r}_\alpha = \vec{r}_\alpha = \vec{r}_{cA} \quad (3.14a)$$

$$\vec{r}_\gamma = \frac{C}{A} \vec{r} \quad (3.14b)$$

$$\vec{r}_\beta = \frac{B}{A} \vec{r} \quad (3.14c)$$

Mit diesen Approximationen können wir das gleiche, oben dargestellte Verfahren zur Berechnung der Nichtorthogonalitätsterme wiederholen und erhalten die gleichen Ergebnisse wie in (3.12), wobei lediglich die Faktoren $\frac{C}{A}$ und $\frac{B}{A}$ im Formfaktor und in den Streuwellenkoordinaten berücksichtigt werden müssen.

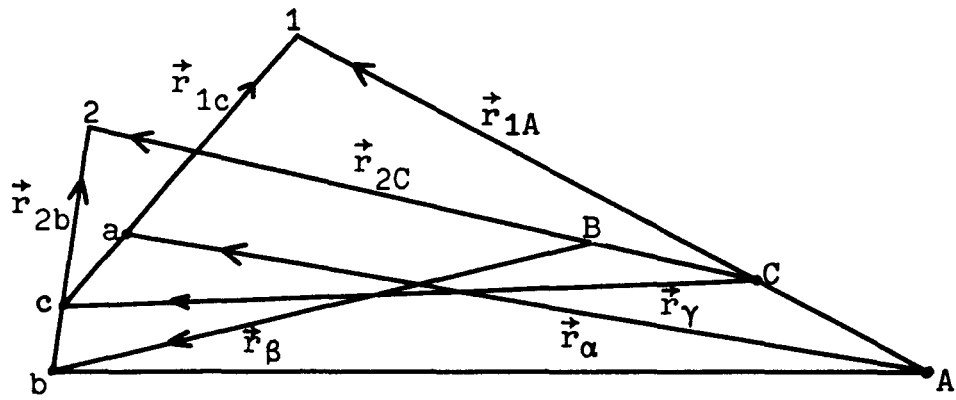


Fig. 3.2a

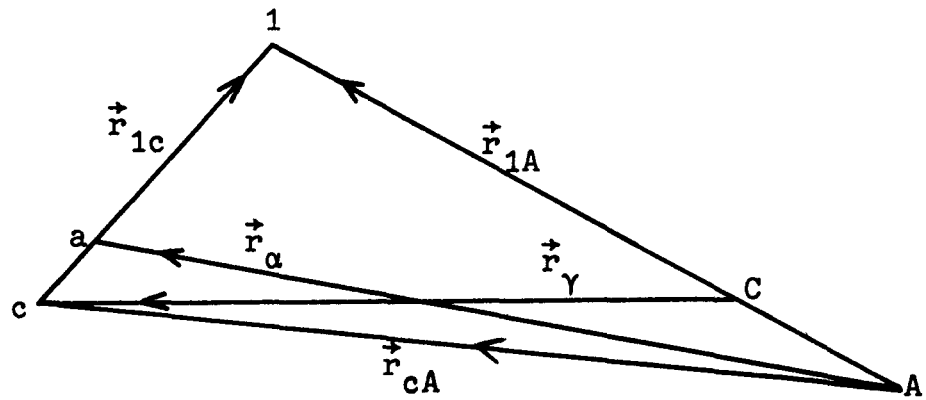


Fig. 3.2b

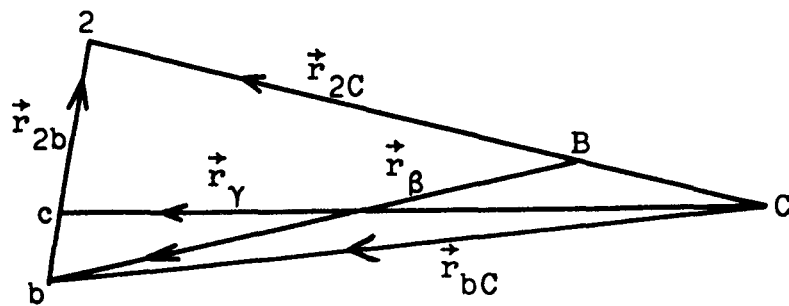


Fig. 3.2c

§ 4 Qualitative Argumente für die Gültigkeit der no-recoil-Näherung

In diesem Paragraphen wollen wir die Güte der no-recoil-Approximation in Abhängigkeit von der Projektil- und Targetmasse sowie von der Projektileinschußenergie diskutieren. Wir beschränken die Diskussion auf Schwerionenreaktionen, und zwar speziell auf Einnukleontransferreaktionen der Form $A(a,b)B$ mit $a = b + x$ und $B = A + x$, wobei x für das transferierte Nukleon steht. Die DWBA-Übergangsamplitude hat die Form

$$T = J \int d^3\vec{r}_\beta \int d^3\vec{r}_\alpha \chi_\beta^{*(-)}(\vec{k}_\beta, \vec{r}_\beta) (Bb | \bar{V} | aA) \chi_\alpha^{(+)}(\vec{k}_\alpha, \vec{r}_\alpha) \quad (4.1)$$

Das Potential \bar{V} wird in der Post- und Prior-Darstellung approximiert durch (s. Gl. (2.1) und Fig. 2.1)

$$\bar{V}_\beta \approx V_{bx}(\vec{r}_2) \quad (\text{post})$$

$$\bar{V}_\alpha \approx V_{Ax}(\vec{r}_1) \quad (\text{prior})$$

Die Vektoren \vec{r}_1 und \vec{r}_2 geben die Position des Nukleons x relativ zum Kern A bzw. b an und sind mit den übrigen relevanten Koordinaten \vec{r} , \vec{r}_α und \vec{r}_β in Fig. 2.1 dargestellt. Ersetzen wir in den Streuwellen $\chi_\alpha^{(+)}(\vec{r}_\alpha)$ und $\chi_\beta^{*(-)}(\vec{r}_\beta)$ aus (4.1) die Koordinaten durch $\vec{r}_\alpha = \vec{r} + \frac{x}{a} \vec{r}_2$ bzw. $\vec{r}_\beta = \frac{A}{B} \vec{r} - \frac{x}{B} \vec{r}_2$ (siehe Gl. (2.11)), so lassen sich die Streuwellen mit Hilfe von Verschiebungsoperatoren schreiben als¹⁾:

$$\chi_{\beta}^{(-)*}(\vec{k}_{\beta}, \frac{A}{B} \vec{r} - \frac{\vec{r}_2}{B}) = \exp \left\{ - \frac{\vec{r}_2}{B} \cdot \nabla_{\vec{r}}^b \right\} \chi_{\beta}^{(-)*}(\vec{k}_{\beta}, \frac{A}{B} \vec{r}) \quad (4.2a)$$

$$\chi_{\alpha}^{(+)}(\vec{k}_{\alpha}, \vec{r} + \frac{\vec{r}_2}{a}) = \exp \left\{ \frac{\vec{r}_2}{a} \cdot \nabla_{\vec{r}}^a \right\} \chi_{\alpha}^{(+)}(\vec{k}_{\alpha}, \vec{r}) \quad (4.2b)$$

Die Differentialoperatoren $\nabla_{\vec{r}}^b$ und $\nabla_{\vec{r}}^a$ differenzieren bezüglich der Koordinate \vec{r} . Führen wir jetzt die Local-Energy-Approximation (LEA)¹⁾ ein, so dürfen wir die Differentialoperatoren in (4.2) durch die lokalen Impulse ersetzen:

$$\nabla_{\vec{r}}^b \approx i \vec{k}_{\beta}(\vec{r}) \quad (4.3a)$$

$$\nabla_{\vec{r}}^a \approx i \vec{k}_{\alpha}(\vec{r}) \quad (4.3b)$$

Mit den Beziehungen (4.2) und (4.3) ergibt sich für die Übergangsamplitude (1.1)

$$T^{\text{LEA}} = \int d\vec{r} \chi_{\beta}^{(-)*}(\vec{k}_{\beta}, \frac{A}{B} \vec{r}) \int d\vec{r}_2 \left[\exp \left\{ i \left(\frac{x}{B} \vec{k}_{\beta} + \frac{x}{a} \vec{k}_{\alpha} \right) \cdot \vec{r}_2 \right\} (Bb | V | aA) \right] \chi_{\alpha}^{(+)}(\vec{k}_{\alpha}, \vec{r}) \quad (4.4)$$

wobei $(Bb | V | aA)$ nach (2.4) und (2.8) eine Funktion von \vec{r} und \vec{r}_2 ist.

Aus Fig. 4.1 ist leicht zu entnehmen⁴⁰⁾, daß die Größe $\frac{x}{a} \vec{k}_{\alpha} - (-\frac{x}{B} \vec{k}_{\beta})$ in der Exponentialfunktion gerade die Impulsänderung angibt, die das transferierte Nukleon x im Reaktionsprozeß erleidet:

$$\Delta \vec{k} = \frac{x}{a} \vec{k}_{\alpha} - (-\frac{x}{B} \vec{k}_{\beta}) \quad (4.5)$$

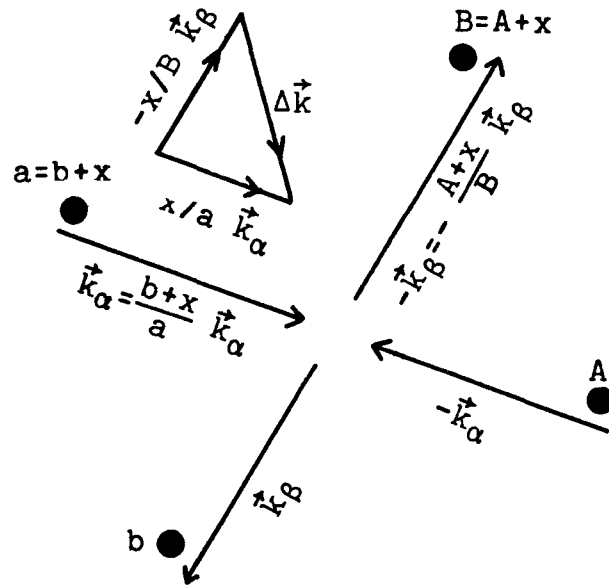


Fig. 4.1

Die no-recoil-Approximation besteht nun gerade darin, daß der Rückstoßimpuls $\Delta \vec{k}$ vernachlässigt wird:

$$\Delta \vec{k} = 0 \quad (4.6)$$

Damit wird die Exponentialfunktion in Gl. (4.4) eins und wir erhalten die Übergangsamplitude in der no-recoil-Näherung. Diese ist dann eine vernünftige Approximation, wenn im für die Übergangsamplitude wichtigen Integrationsbereich bezüglich \vec{r}_2 die Bedingung

$$\Delta \vec{k} \cdot \vec{r}_2 \ll 1 \quad (4.7)$$

erfüllt ist. Da die Wahrscheinlichkeit für einen Nukleonentransfer dann am größten ist, wenn die Kerne sich nahezu berühren, dürfen wir für eine grobe Abschätzung $|\vec{r}_2| \approx R_a$ annehmen (R_a =

Kernradius des Projektils.) Um auch für $r_2 \approx R_a$ Gleichung (4.7) zu garantieren (in Schwerionenreaktionen ist R_a im allgemeinen groß), muß $\Delta \vec{k}$ sehr klein werden. Dies kann nach (4.5) dann erreicht werden, wenn die Projektilmasse a und die Restkernmasse B sehr groß werden. Diese Bedingungen sind in Schwerionenreaktionen erfüllt. Jedoch große Massen von Projektil- und Targetkern genügen allein noch nicht, um (4.7) zu garantieren.

In Schwerionenreaktionen sind die Einschußenergien und damit die Eingangsimpulse im allgemeinen hoch, damit die hohe Coulombbarriere überwunden werden kann. Asymptotisch ist daher die Bedingung (4.7) meist verletzt. Wir müssen jedoch beachten, daß in (4.7) die lokalen Impulse $\vec{k}_\alpha(\vec{r})$ und $\vec{k}_\beta(\vec{r})$ eingehen. Die wichtigsten Beiträge zur Reaktion kommen von dem Bereich $r \approx R_a + R_A$ (R_A : = Radius des Targetkernes).

Außerdem ist in Schwerionenreaktionen die Reaktion sehr stark im ℓ -Raum lokalisiert, d.h. nur wenige Partialwellen mit ℓ -Werten in der Nähe des kritischen ℓ -Wertes ℓ_c , der im klassischen Bild dem streifenden Einfall entspricht, tragen zum Streuquerschnitt bei⁴¹⁾.

In Figur 4.2 ist für verschiedene Partialwellen ℓ das effektive Potential dargestellt, das zwischen zwei komplexen Kernen wirkt. Es besteht aus der Summe von attraktivem Kernpotential $V_N(r)$, abstoßendem Coulombpotential $V_C(r)$ und dem Zentrifugalpotential

$$\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{\ell(\ell+1)}{r^2}.$$

$$V_\ell(r) = V_N(r) + V_C(r) + \frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{\ell(\ell+1)}{r^2} \quad (4.8)$$

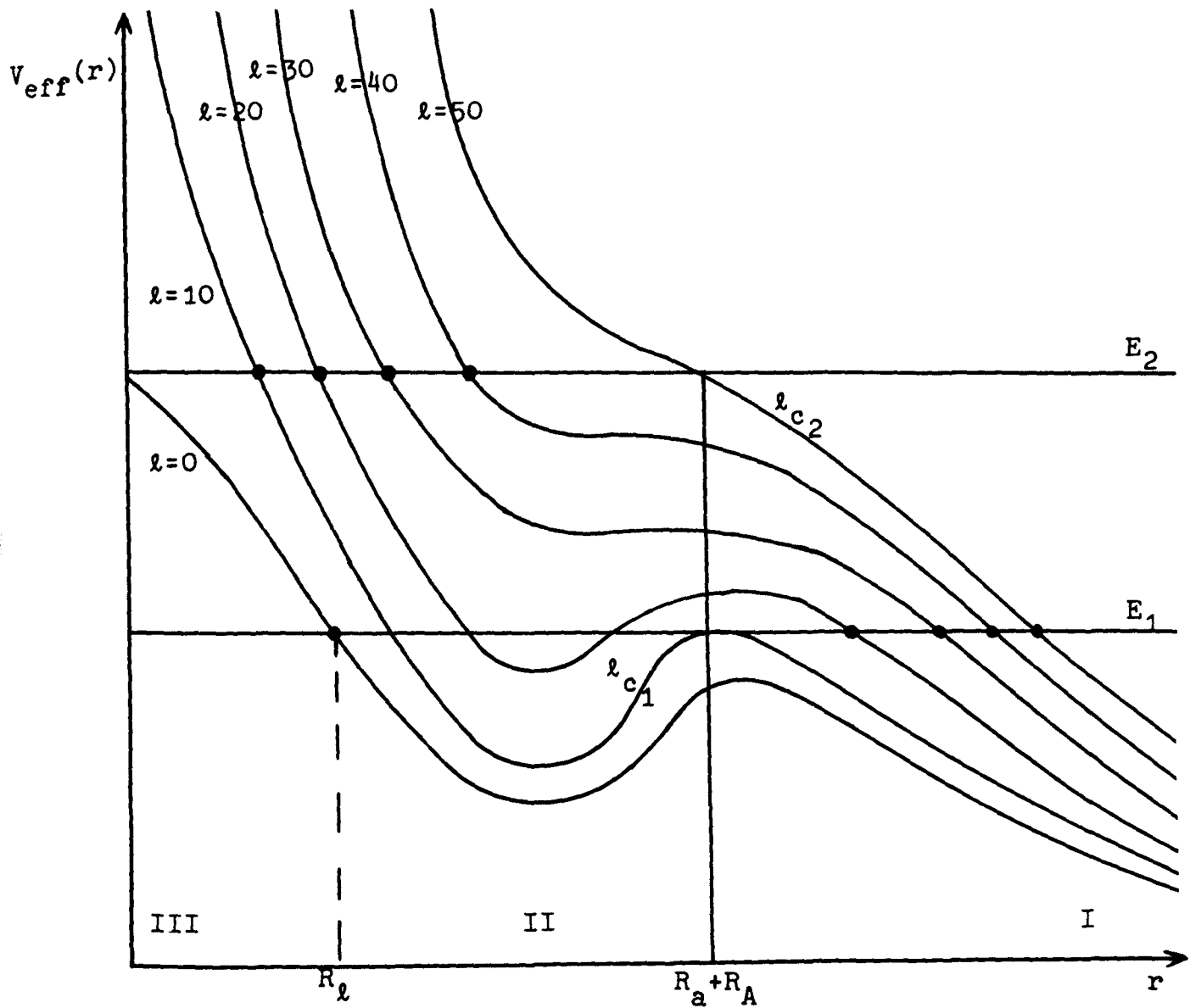


Fig. 4.2

Bei diesem Potential können wir drei Bereiche unterscheiden:

1. der Bereich I, wo nur das langreichweitige Coulombpotential wirkt.
2. der Bereich II, wo aus der Summe von abstoßendem Coulombpotential und anziehendem Kern-Kern-Potential ein attraktives Potential resultiert.

3. der Bereich III, wo das repulsive Zentrifugalpotential und das repulsive Coulombpotential dominieren. In diesem Bereich ist wahrscheinlich auch das effektive Kern-Kern-Potential repulsiv, weil das Pauliprinzip einen starken Überlapp der kollidierenden Kerne verhindern möchte.

In Fig. 4.2 sind für zwei Einschußenergien E_1 und E_2 die kritischen ℓ -Werte ℓ_{c1} bzw. ℓ_{c2} eingezeichnet. Die Schnittpunkte der horizontalen Linien mit den Potentiallinien geben jeweils den kleinsten Abstand R_ℓ an, den die Kerne bei dem Bahndrehimpuls ℓ und der Einschußenergie E erreichen können. Partialwellen mit ℓ -Werten, bei denen R_ℓ wesentlich kleiner ist als die Summe der Kernradien $R_a + R_A$, werden absorbiert und Partialwellen mit ℓ -Werten, bei denen $R_\ell > R_a + R_A$ ist, tragen aufgrund des exponentiellen Abfalls des Formfaktors weniger zum Streuquerschnitt bei. Für den kritischen Drehimpuls ℓ_c ergibt sich der lokale Impuls $k(r)$ aus der Gleichung:

$$\frac{\hbar^2 k^2(r)}{2\mu} = E - \left[V_N(r) + V_C(r) + \frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{\ell_c(\ell_c + 1)}{r^2} \right] \quad (4.9)$$

Aus Fig. 4.2 ist zu ersehen, daß für $r \approx R_a + R_A$ der lokale Impuls $k(r)$ klein wird und sich bei der Einschußenergie E_1 nur schwach mit r ändert. Deshalb ist für Partialwellen mit ℓ -Werten in der Nähe des kritischen ℓ -Wertes ℓ_c Gl. (4.7) relativ gut erfüllt. Tatsächlich zeigen Rechnungen, daß der Radialteil dieser Partialwellen in der Nachbarschaft von $r \sim R_a + R_A$ nicht oszilliert und sich äußerst sanft mit r ändert. Dies ist der Grund, warum die no-recoil-Approximation in Schwerionenreaktionen oft ähnliche Resultate liefert wie eine exakte finite-range-

Rechnung. Die Änderung von $k(r)$ in der Umgebung von $r \approx R_a + R_A$ ist offensichtlich energieabhängig, wie man durch Vergleich der Potentiale $V_{\ell_{c_1}}(r)$ und $V_{\ell_{c_1}}(r)$, die zu den Einschußenergien E_1 und E_2 gehören, leicht erkennen kann. Dieses Verhalten von $k(r)$ für verschiedene Energien impliziert eine Energieabhängigkeit der no-recoil-Näherung, d.h. die no-recoil-Näherung gibt vermutlich bei relativ großen Einschußenergien weniger gute Resultate.

Die Güte der no-recoil-Näherung hängt häufig auch von der Wahl der Darstellung für die T-Matrix ab, nämlich ob wir den Streuquerschnitt mit der Post- oder Priorform der T-Matrix berechnen. Dies gilt vor allem dann, wenn Projektil und Target sehr unterschiedliche Größe und die Bindungsenergien der transferierten Nukleonen in beiden Systemen sehr verschiedene Werte haben. Um dies zu verdeutlichen, wählen wir als ein Beispiel die ^{48}Ca ($^6\text{Li}, ^5\text{He}$) ^{49}Sc -Reaktion, die später im Detail behandelt wird. Projektil- und Targetsystem sind sehr verschieden groß, was sehr unterschiedliche Restwechselwirkungen $V_{x, ^5\text{He}}$ bzw. $V_{x, ^{48}\text{Ca}}$ in der Post- und Priorform der T-Matrix zur Folge hat. Das Potential $V_{x, ^{48}\text{Ca}}$ hat eine wesentlich größere Reichweite als das Potential $V_{x, ^5\text{He}}$. Außerdem beträgt die Bindungsenergie eines Protons in ^6Li etwa 4 MeV und die Bindungsenergie eines Protons in ^{49}Sc ungefähr 10 MeV. Das bedeutet, daß die Radialwellenfunktion des Protons in ^6Li asymptotisch viel schwächer abfällt als die des Protons in ^{49}Sc . In der Postform der T-Matrix wird die Wellenfunktion von ^6Li mit dem kurzreichweitigen Potential $V_{x, ^5\text{He}}$ multipliziert, so daß $\phi_{^6\text{Li}}(r_2) V_{x, ^5\text{He}}(r_2)$ asymptotisch sehr stark abfällt. Nur ein relativ kleines Gebiet um b (s. Fig. 4.3) trägt

bei der Integration über \vec{r}_2 zum Matrixelement $\langle Bb | V_{x,5\text{He}} | aA \rangle$ bei. In der Priorform wird die Wellenfunktion mit dem im Verhältnis zu $V_{x,5\text{He}}$ langreichweitigen Potential $V_{x,48\text{Ca}}$ multipliziert, so daß das Produkt $\phi_{49\text{Sc}}(r_1) V_{x,48\text{Ca}}(r_1)$ das gleiche asymptotische Verhalten zeigt wie die Funktion $\phi_{49\text{Sc}}(r_2)$ selbst. Der asymptotisch schwache Abfall der ${}^6\text{Li}$ -Wellenfunktion und der

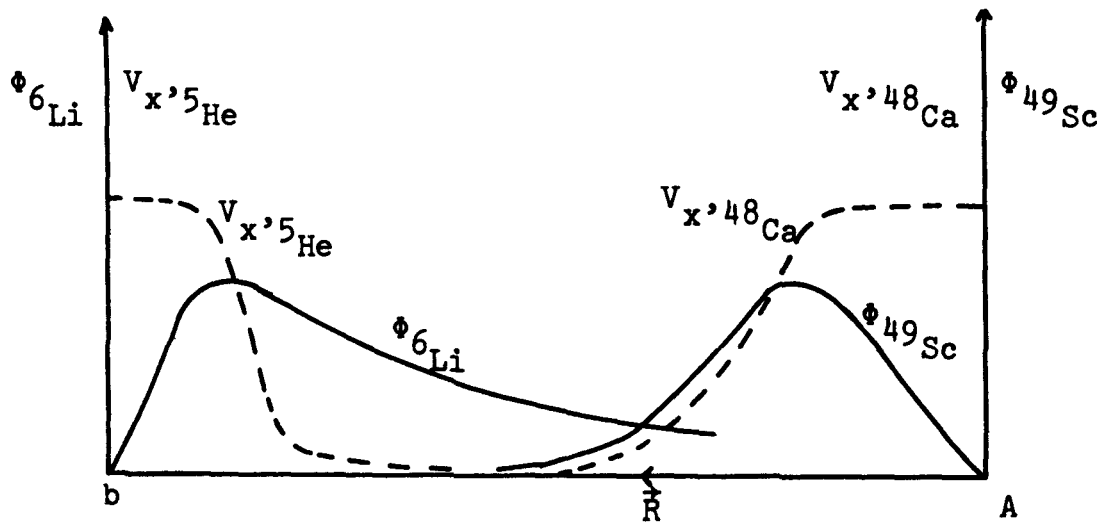


Fig. 4.3

asymptotisch gleiche Abfall von $\phi_{49\text{Sc}}(r_1)$ und $\phi_{49\text{Sc}}(r_1)V_{x,48\text{Ca}}(r_1)$ bewirken, daß ein wesentlich größeres Gebiet ($r_2 \gg R_a$) um b bei der Integration über r_2 berücksichtigt werden muß. Damit ist jedoch die Bedingung $r' \approx R_a$ für die Abschätzungen in (4.7) verletzt und die Vernachlässigung des Exponentialfaktors in (4.4) ist nicht erlaubt. Rechnungen zeigen, daß der no-recoil-Formfaktor

$$f(R) = \int d\vec{r}_2 \langle {}^{49}\text{Sc}, {}^5\text{He} | V | {}^6\text{Li}, {}^{48}\text{Ca} \rangle \quad (4.10)$$

aus den oben dargelegten Gründen in der Priorform wesentlich langreichweitiger ist als in der Postform, woraus natürlich sehr unterschiedliche Ergebnisse für die jeweiligen Streuquerschnitte resultieren. Eine genauere Diskussion solcher Resultate findet sich in Kap. IV. § 2.

§ 5 Spezialisierung auf die ($^3\text{He}, t$)-Ladungsaustauschreaktion

In diesem Paragraphen spezialisieren wir die in § 1 - § 3 allgemein dargestellten Kopplungsmatrixelemente auf die ($^3\text{He}, t$)-Ladungsaustauschreaktion. Dabei behandeln wir zunächst den direkten Prozeß. Dazu müssen wir Modellannahmen für die inneren Projektilwellenfunktionen und für die Radialform der in Gl. (1.1) angegebenen effektiven NNWW machen. In der Literatur werden verschiedene Radialformen für die effektive NNWW benutzt: Yukawa-Form^{29,30)}, Woods-Saxon-Form²⁹⁾ und Gaußform^{27,29,54)}. In der Praxis haben sich alle drei als etwa gleichwertig erwiesen²⁹⁾. Wir wählen hier die Gaußform, um die Rechnungen weitgehend analytisch durchführen zu können:

$$g(r_{ij}) = \exp \{-\alpha r_{ij}^2\} \quad (5.1)$$

Dabei ist $\alpha^{-1/2}$ die Reichweite der Kraft.

Die Projektilwellenfunktion schreiben wir als ein Produkt aus Spin-Isospin- und Ortsraumwellenfunktion. Die Ortsraumwellenfunktion nehmen wir wieder gaußförmig an²⁷⁾:

$$\varphi_h(\vec{r}, \vec{z}) = \frac{1}{N} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \gamma^2 \left[\frac{3}{4} \vec{r}^2 + \vec{z}^2 \right] \right\} \quad (5.2)$$

Dabei sind die Koordinaten im Dreinukleonensystem so gewählt, wie in Fig. 5.1 dargestellt ist.

Der Parameter γ beschreibt die Projektilgröße und N ist die Normierungskonstante:

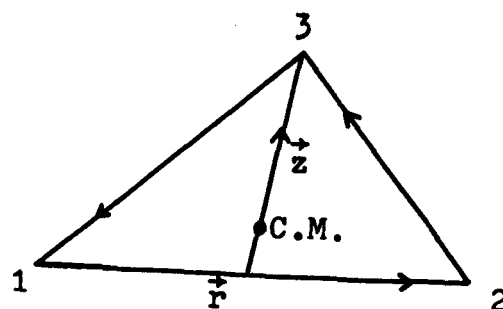


Fig. 5.1

$$N = \frac{\sqrt{\pi}}{4 \cdot 3^{3/4} \gamma^3} \quad (5.3)$$

Da wir voraussetzen, daß sich die drei Projektilnukleonen im relativen s-Zustand bewegen, bleibt nach Mittelung der effektiven NNWW aus Gl. 1.1 über die Projektilwellenfunktionen nur ein Term der Tensorentwicklung von Gl. 1.9 übrig. Durch diese Mittelung über die Projektilwellenfunktionen erhalten wir eine effektive Wechselwirkung zwischen dem Projektilschwerpunkt und den Targetnukleonen j. Für die Radialabhängigkeit dieser effektiven Projektilschwerpunkt-Targetnukleon-Wechselwirkung erhalten wir im Falle der Zentralkraft den einfachen Ausdruck²⁷⁾

$$V_{\text{eff}}^C(u_j) = \left(1 + \frac{2}{9} \frac{\alpha}{\gamma^2}\right)^{-3/2} \exp \left\{ - \frac{\alpha}{1 + \frac{2}{9} \frac{\alpha}{\gamma^2}} u_j^2 \right\} \quad (5.4)$$

und für die Tensorkraft³⁸⁾.

$$V_{\text{eff}}^T(u_j) = u_j^2 \int_0^\infty d\beta \left(1 + \frac{2}{9} \frac{\beta}{\gamma^2}\right)^{-7/2} \exp \left\{ - \frac{\beta}{1 + \frac{2}{9} \frac{\beta}{\gamma^2}} u_j^2 \right\} \quad (5.5)$$

Die Spin-Isospinwellenfunktionen des ${}^3\text{He}$ -Kerns und des Tritons definieren wir bezüglich des α -Teilchens durch:

$$|{}^3\text{He}\rangle = |s_a m_a v_a\rangle = c_{s_a m_a v_a} |\alpha\rangle \quad (5.6a)$$

$$\text{bzw.} \quad |t\rangle = |s_b m_b v_b\rangle = c_{s_b m_b v_b} |\alpha\rangle \quad (5.6b)$$

Für den Zweischnittmechanismus mit sukzessivem Nukleonentransfer kommen in der $({}^3\text{He}, t)$ -Reaktion die Zweischnittprozesse $({}^3\text{He}, \alpha)(\alpha, t)$

und ($^3\text{He},d$)-(d,t) in Frage. Die jeweiligen Kopplungsmatrixelemente für die Einnukleontransfers berechnen wir in der zero-range-Approximation, die sich bei der Analyse der entsprechenden Einnukleontransferreaktionen ($^3\text{He},\alpha$) und $^3\text{He},d$), usw. als sehr erfolgreich erwiesen hat. Die spektroskopischen Amplituden für die einzelnen Transferprozesse sind in Tabelle I angegeben.

Den Zweischrittprozeß ($^3\text{He},\alpha$)-(α ,t) berechnen wir in der Prior-Post-Darstellung der T-Matrix, in der nach Gl. II.3.9a kein Nichtorthogonalitätsterm vorhanden ist. Hingegen müssen wir für den ($^3\text{He},d$)-(d,t)-Zweischrittprozeß die Post-Priorform der T-Matrix benutzen, um die Kurzreichweitigkeit der Wechselwirkung zu garantieren (s. Kap. II § 3). Dann treten jedoch nach Gl. II.3.9d zwei Nichtorthogonalitätsterme auf. Diese berechnen wir in der no-recoil-Approximation. Dabei wählen wir Gl. 5.2 für die Ortswellenfunktionen des ^3He -Kernes und des Tritons und für das Deuteron die Hulthenwellenfunktion⁵⁵⁾

$$\phi_D(r) = \frac{\sqrt{\rho\delta(\rho+\delta)}}{\rho - \delta} \frac{e^{-\delta r} - e^{-\rho r}}{r} \quad (5.7)$$

mit den Reichweiteparametern $\delta = 0.231 \text{ fm}^{-1}$ und $\rho = 1.438 \text{ fm}^{-1}$.

Die Wechselwirkung \bar{V}_α bzw. \bar{V}_β im Nichtorthogonalitätsterm (s. Gl. II.4.9) approximieren wir durch (s. Fig. 5.1)

$$\bar{V}_\alpha \approx V(1,3) + V(2,3) \quad (5.8)$$

wobei wir die NNWW $V(i,j)$ von der Wignerform mit gaußförmiger Radialabhängigkeit wählen:

$$V(i,j) = V_0 \exp(-ar_{ij}) \quad (5.9)$$

Wir benutzen die gleiche Reichweite wie in (5.1) und fixieren die Potentialstärke V_0 mit Hilfe der Beziehung⁵⁵⁾

$$D_0 = V_0 \int d^3\vec{z} \int d^3\vec{r} \varphi_D(\vec{r}) (V(1,3) + V(2,3)) \varphi_h(\vec{r}, \vec{z}) \quad (5.10)$$

Die zero-range-Konstanten sind von Bassel⁵⁵⁾ angegeben worden:

$$D_0(^3\text{He}, d) = -172.8 \text{ MeV fm}^{3/2}$$

$$D_0(t, d) = -183.6 \text{ MeV fm}^{3/2}.$$

Damit sind alle Parameter bekannt, die bei der $(^3\text{He}, t)$ -Reaktion ohne Kenntnis des Targetsystems angegeben werden können.

§ 6 Spezialisierung auf die (${}^6\text{Li}$, ${}^6\text{He}$)-Spin-Isospinflipreaktion

Die Berechnung der Kopplungsmatrixelemente für die (${}^6\text{Li}$, ${}^6\text{He}$)-Reaktion ist im Vergleich zur (${}^3\text{He}$, t)-Reaktion insofern komplizierter, als das Projektil Nukleonen enthält, die einen inneren Bahndrehimpuls ungleich null haben (Op-Nukleonen). Nehmen wir jedoch an, daß nur die Op-Nukleonen aktiv an der Reaktion teilnehmen, und setzen wir weiter voraus, daß das Projektil quasielastisch gestreut wird, d.h. daß die Ortswellenfunktionen von ${}^6\text{Li}$ und ${}^6\text{He}$ gleich sind, so können wir ganz analog zu § 5 vorgehen, um die Kopplungsmatrixelemente zu bestimmen.

Zunächst stellen wir fest, daß die Grundzustände von ${}^6\text{Li}$ und ${}^6\text{He}$ sehr gut in der LS-Kopplung beschrieben werden³⁷⁾. ${}^6\text{Li}$ hat $L = 0$, $S = 1$, $T = 0$, und ${}^6\text{He}$ $L = 0$, $S = 0$ und $T = 1$. Mitteln wir die effektive NNWW mit diesen Wellenfunktionen, so bleibt wie in der (${}^3\text{He}$, t)-Reaktion nur ein Term ihrer Tensorentwicklung übrig³⁸⁾. Wählen wir weiterhin für die Ortswellenfunktionen der Op-Nukleonen Oszillatorwellenfunktionen (ν^{-1} = Quadrat der Oszillatorlänge)

$$u_{n=0, l=1}(r) = N r e^{-\frac{\nu}{2} r^2}; \quad N^2 = \frac{8}{3} \left(\frac{\nu^5}{2}\right)^{1/2} \quad (6.1)$$

und für die Radialabhängigkeit der effektiven NNWW die Form (5.1), so können wir die Integration bezüglich der Projektilnukleonenkoordinate analytisch ausführen. Analog zu (5.4) und (5.5) erhalten wir eine effektive Wechselwirkung zwischen Projektilschwerpunkt und Targetnukleon mit der Radialabhängigkeit

$$V_{\text{eff}}^C(u_j) = \left(\frac{v}{\alpha+v}\right)^{5/2} \left(1 + \frac{2}{3} \frac{\alpha}{\alpha+v} u_j^2\right) e^{-\frac{\alpha v}{\alpha+v} u_j^2} \quad (6.2)$$

im Falle der Zentralkraft und

$$V_{\text{eff}}^T(u_j) = \int_{\alpha}^{\infty} d\beta \{a(\beta)u_j^2 + b(\beta)u_j^4\} e^{-\frac{\beta v}{\beta+v} u_j^2} \quad (6.3)$$

für die Tensorkraft. Die Koeffizienten $a(\beta)$ und $b(\beta)$ sind gegeben durch³⁸⁾

$$a(\beta) = \left(\frac{v}{\beta+v}\right)^{7/2} \left(1 - \frac{7}{3} \frac{\beta}{\beta+v}\right) \quad (6.4a)$$

$$b(\beta) = \frac{2}{3} \left(\frac{v}{\beta+v}\right)^{7/2} \frac{\beta^2 v}{(\beta+v)^2} \quad (6.4b)$$

Die Zweischrittprozesse mit sukzessivem Nukleonentransfer sind bei der (${}^6\text{Li}, {}^6\text{He}$)-Reaktion durch die Prozesse (${}^6\text{Li}, {}^7\text{Li}$)(${}^7\text{Li}, {}^6\text{He}$) und (${}^6\text{Li}, {}^5\text{He}$)(${}^5\text{He}, {}^6\text{He}$) gegeben. Die Einnukleonentransfermatrixelemente sowie die Nichtorthogonalitätsterme berechnen wir in der no-recoil-Approximation. Die spektroskopischen Faktoren für das Projektilsystem nehmen wir von den "intermediate Coupling-Wellenfunktionen" von Cohen und Kurath⁵⁶⁾. Diese sind in Tabelle II zusammengestellt.

Kapitel IV

Diskussion und Ergebnisse

§ 1 Die $^{48}\text{Ca}(^3\text{He},t)^{48}\text{Sc}$ -Reaktion

Die Reaktion $^{48}\text{Ca}(^3\text{He},t)^{48}\text{Sc}(J^\pi)$ ist aus verschiedenen Gründen ein ausgezeichnetes Beispiel, um den Ladungsaustauschmechanismus in der $(^3\text{He},t)$ -Reaktion zu untersuchen. Experimentelle Daten existieren für die Energien 23 MeV⁵⁷⁾ und 30.2 MeV⁵⁸⁾, wobei Winkelverteilungen für alle Zustände des $[\pi f_{7/2}, \nu f_{7/2}^{-1}]$ -Multi-pletts von ^{48}Sc gemessen wurden. Lediglich bei den 30 MeV-Daten fehlt die Winkelverteilung für den $2^+(E=1.143 \text{ MeV})$ -Zustand, weil hier der $2^+(E=1.143 \text{ MeV})$ - und der $7^+(E=1.094 \text{ MeV})$ -Zustand nicht aufgelöst werden konnten⁵⁸⁾. Auch die Einnukleontransferreaktionen $^{48}\text{Ca}(^3\text{He},\alpha)^{47}\text{Ca}(\text{g.s.})$ ^{59,60)}, $^{48}\text{Ca}(d,t)^{47}\text{Ca}(\text{g.s.})$ ⁶¹⁾ und $^{48}\text{Ca}(^3\text{He},d)^{49}\text{Sc}(\text{g.s.})$ ⁶²⁾ sind im gleichen Energiebereich gemessen worden. Damit ist vom Experiment her ein ziemlich vollständiger Satz von Daten gegeben, der zu einer eindeutigen Bestimmung des Ladungsaustauschmechanismus in der $(^3\text{He},t)$ -Reaktion benötigt wird.

Vom theoretischen Standpunkt ist die $(^3\text{He},t)$ -Reaktion am Targetkern ^{48}Ca insofern besonders attraktiv, weil ^{48}Ca doppelt magisch ist und die tiefliegenden Zustände von ^{48}Sc im einfachen $[\pi f_{7/2}, \nu f_{7/2}^{-1}]$ -Modell sehr gut beschrieben werden (Konfigurationsmischungseffekte können vernachlässigt werden (s. Ref. 38)). Damit sind die Targetwellenfunktionen genügend gut bekannt. Zweischrittprozesse, die über eine unelastische Anregung von kollektiven Zuständen mit anschließendem Ladungsaustausch⁶³⁾ ablaufen,

sind in diesem Falle nicht sehr wahrscheinlich. Es verbleiben also nur der direkte Ladungsaustauschprozeß und der Zweischrittprozeß mit sukzessivem Nukleonentransfer¹⁶⁻¹⁸⁾. Beide wollen wir im folgenden eingehend studieren.

Für die natürlichen Paritätszustände von $^{48}\text{Sc}(I_f^\pi=0^+, 2^+, 4^+, 6^+)$ liegen verschiedene Analysen mit dem direkten und dem Zweischrittreaktionsmechanismus vor¹⁶⁻¹⁸⁾. Beim direkten Prozeß zu den Endzuständen mit natürlicher Parität ($I_f^\pi=0^+, 2^+, 4^+, 6^+$) gelten folgende Auswahlregeln für Drehimpuls (J)-, Bahndrehimpuls (L)- und Spin (S)-transfer:

1. die Paritätsauswahlregel fordert $(-)^L = (-)^J = (-)^{I_f}$, also

$$J = L \quad (1.a)$$

2. die Annahme einer reinen $[\pi f_{7/2}, \nu f_{7/2}^{-1}]_{J\pi}$ -Konfiguration für die Zustände von ^{48}Sc impliziert dann wegen der Auswahlregeln des 9-j-Symbols in Gl. (C.3) (Anhang C):

$$S = 0 \quad (1.b)$$

Aufgrund dieser Auswahlregeln trägt nur die rein $\pi\pi$ -abhängige Zentralkraft der effektiven NNWW (III.1.1) zum differentiellen Streuquerschnitt bei. Es zeigt sich, daß diese zwar die Form der Winkelverteilung richtig wiedergibt, jedoch zur Reproduktion der Streuquerschnittgröße werden Potentialstärken V_{01} benötigt, die mit wachsendem Drehimpulstransfer J stark ansteigen²⁹⁾. So ist etwa die Potentialstärke $V_{01}(6^+)$ für den 6^+ -Zustand um eine Größenordnung größer als für den 0^+ -Zustand ($V_{01}(0^+)$)²⁹⁾. Schaef-fer⁵²⁾ hat gezeigt, daß dieses Phänomen durch Berücksichtigung

der Antisymmetrisierung zwischen Projektil- und Targetnukleonen nicht erklärt werden kann. Die Diskrepanz zwischen $V_{01}(0^+)$ und $V_{01}(6^+)$ wird zwar ein wenig abgeschwächt, weil Austauscheffekte für hohe Spinzustände einen größeren Beitrag zum Streuquerschnitt liefern als für niedrige, aber nicht qualitativ verändert.

Aus diesem Grunde haben Toyama¹⁶⁾ und Schaeffer und Bertsch¹⁷⁾ unabhängig voneinander den $^{48}\text{Ca}(^3\text{He},\alpha)^{47}\text{Ca}_{\text{g.s.}}(\alpha,t)^{48}\text{Sc}$ -Zweischrittprozeß berechnet und konnten allein mit diesem Prozeß ohne den direkten Mechanismus die Form und Größe der Winkelverteilungen der natürlichen Paritätszustände erklären. Tatsächlich müssen aber der direkte und der Zweischrittprozeß gleichzeitig berücksichtigt werden. Solche Rechnungen wurden von Toyama¹⁶⁾ und Coker et al.¹⁸⁾ durchgeführt. Toyama nimmt eine konstruktive Interferenz zwischen direktem und dem $^{48}\text{Ca}(^3\text{He},\alpha)^{47}\text{Ca}_{\text{g.s.}}(\alpha,t)^{48}\text{Sc}$ -Zweischrittprozeß an und erhält eine gute Beschreibung der experimentellen Daten. Bei konsistenter Definition der Phasen interferieren die beiden Prozesse jedoch destruktiv¹⁸⁾, so daß die experimentellen Daten nicht mehr reproduziert werden können. De Takacsy hat daraufhin den Zweischrittprozeß $^{48}\text{Ca}(^3\text{He},d)^{49}\text{Sc}_{\text{g.s.}}(d,t)^{48}\text{Sc}$ unter Vernachlässigung der Nichtorthogonalitätsterme berechnet und fand, daß dieser bei Vorwärtswinkeln fast gar nicht beiträgt und somit keine Verbesserung der Ergebnisse von Ref. 18) erreicht wird. Die Vernachlässigung der Nichtorthogonalitätsterme könnte in diesem Falle aber gerade eine schlechte Approximation sein, wie grobe Abschätzungen von Udagawa et al.⁴²⁾ vermuten lassen. Deshalb wollen wir eine erneute Analyse der $^{48}\text{Ca}(^3\text{He},t)^{48}\text{Sc}$ -Reaktionen, die zu den natürlichen Paritätszuständen führen, versuchen, wobei wir den direkten Prozeß und die Zweischrittprozesse

$^{48}\text{Ca}(^3\text{He},\alpha)^{47}\text{Ca}_{\text{g.s.}}(\alpha,t)^{48}\text{Sc}$ und $^{48}\text{Ca}(^3\text{He},d)^{49}\text{Sc}_{\text{g.s.}}(d,t)^{48}\text{Sc}$ mit den Nichtorthogonalitätstermen vom $(^3\text{He},d)-(d,t)$ -Prozeß einschließen. Dabei legen wir besonderen Wert auf die Interferenz der einzelnen Beiträge.

Bevor wir zu den Ergebnissen für die natürlichen Paritätszustände kommen, wollen wir die Situation angeben, die bei der Interpretation des Reaktionsmechanismus für die Übergänge zu den unnatürlichen Paritätszuständen vor Beginn dieser Untersuchung vorlag. Bei der Anregung der unnatürlichen Paritätszustände gelten folgende Auswahlregeln für Drehimpuls- und Spintransfer:

1. die Paritätsauswahlregel ergibt

$$L = J \pm 1 \quad (2a)$$

2. das 9-j-Symbol in Gl. (C.3) fordert

$$S = 1 \quad (2b)$$

Diese Auswahlregeln bewirken, daß beim direkten Prozeß nur die $\sigma\sigma\tau\tau$ -abhängige Zentralkraft und die $\tau\tau$ -abhängige Tensorkraft der effektiven NNWW zum Streuquerschnitt beitragen. Schaeffer³⁰⁾ hat gezeigt, daß bei der $\sigma\sigma\tau\tau$ -Zentralkraft der Streuquerschnitt, der zu $L = J - 1$ gehört, dominant ist, aber weder Größe noch Form der Winkelverteilungen für die unnatürlichen Paritätszustände erklären kann. Vielmehr benötigt man eine Tensorkraft - hier ist der Streuquerschnitt mit $L = J + 1$ dominant -, um die Form der Winkelverteilungen zu reproduzieren³⁰⁾. Analysen, die die Zweischrittprozesse $(^3\text{He},\alpha)-(\alpha,t)$ und $(^3\text{He},d)-(d,t)$ berücksichtigen, sind bisher nicht veröffentlicht worden. Bei Schaeffer und Bertsch²⁷⁾ und bei de Takacsy¹⁴⁾ finden sich Andeutungen, daß die Interferenz

der Beiträge vom direkten und Zweischrittprozeß eine falsche Form der Winkelverteilung, nämlich die mit $L = J - 1$ liefert. Im folgenden werden wir zum ersten Male auch für die unnatürlichen Paritätszustände eine konsistente Analyse durchführen, die alle Reaktionsmechanismen einschließlich der Tensorkraft berücksichtigt.

Eine Forderung an die Parameter, die bei der Berechnung der Zweischrittprozesse verwendet werden, ist die, daß sie auch die experimentellen Daten für die Reaktionen zu den intermediären Kanälen beschreiben müssen. Die zugehörigen spektroskopischen Parameter sind in Tabelle III und die optischen Parameter in Tabelle IV zusammengestellt. Wir haben mit diesen Parametern die Einnukleontransferreaktionen $^{48}\text{Ca}(^3\text{He},\alpha)^{47}\text{Ca}(\text{g.s.})$, $^{48}\text{Ca}(^3\text{He},d)^{49}\text{Sc}(\text{g.s.})$ und $^{48}\text{Ca}(d,t)^{47}\text{Ca}(\text{g.s.})$ analysiert, um diese Konsistenz zu garantieren. Die Ergebnisse sind in Fig. 1 zusammengestellt.

Daten für die $^{48}\text{Ca}(^3\text{He},\alpha)^{47}\text{Ca}(\text{g.s.})$ -Reaktion existieren nur für die Energien von 15 MeV und 18 MeV. Bei den 15 MeV-Daten überschätzt der theoretische Wirkungsquerschnitt den experimentellen um etwa einen Faktor 2 (Fig. 1a). Bei den 18 MeV Daten ist es nur noch ein Faktor 1.5 (Fig. 1a). Da die $(^3\text{He},t)$ -Daten bei 23 MeV gemessen wurden, dürfen wir annehmen, daß Größe und Form des experimentellen und theoretischen Wirkungsquerschnittes der $^{48}\text{Ca}(^3\text{He},\alpha)^{47}\text{Ca}(\text{g.s.})$ -Reaktion dort in etwa übereinstimmen. Die 23 MeV-Daten für die $^{48}\text{Ca}(^3\text{He},d)^{49}\text{Sc}(\text{g.s.})$ -Reaktion werden mit unseren Parametern sehr gut beschrieben (Fig. 1b). Entsprechendes gilt für die 22 MeV-Daten für die Reaktion $^{48}\text{Ca}(d,t)^{47}\text{Ca}(\text{g.s.})$ (Fig. 1c). Es fehlt der Nachweis für die $^{48}\text{Ca}(\alpha,t)^{49}\text{Sc}$ -Reaktion,

wo keine experimentellen Daten vorhanden sind. Hier nehmen wir die zero-range-Konstante von der ($^3\text{He}, \alpha$)-Reaktion und die optischen Parameter sind hinlänglich bekannt^{74,75)}. Damit sind alle Voraussetzungen erfüllt, um eine eindeutige Berechnung der Zweischrittprozesse zu ermöglichen.

Bei der Berechnung des direkten Ladungsaustauschprozesses nehmen wir die Radialabhängigkeit der effektiven NNWW gaußförmig an (s. § II.5), und zwar mit einer Reichweite $\beta = 1.5 \text{ fm}$. Die Potentialstärken der Zentralkraft haben wir mit $V_{01} = V_{11} = 10 \text{ MeV}$ angenommen. Ein Potential mit diesen Parametern ist in etwa äquivalent zum Zentralanteil des OPEP⁶⁵⁾ und zum Blatt-Jackson-Potential⁶⁶⁾, das erfolgreich in mikroskopischen DWBA-Analysen von unelastischer Protonenstreuung verwendet wurde. Für das Tensorpotential wählen wir eine Potentialstärke von $V_{11}^{\text{Ten}} = 30 \text{ MeV}$. Das Verhältnis von Zentral- und Tensorpotentialstärke entspricht in etwa dem OPEP, wenn wir den Faktor $1 + \frac{3}{\mu\nu} + \frac{3}{(\mu\nu)^2}$ ($\mu = 0.7 \text{ fm}^{-1}$, $r \approx 2 \text{ fm}$) von dem Tensorpotential im OPEP⁶⁵⁾ effektiv - bezogen auf die ($^3\text{He}, t$)-Reaktion - in der Potentialstärke V_{11}^{Ten} berücksichtigen.

Bei der Berechnung der Nichtorthogonalitätsterme nahmen wir für das effektive Potential, das den Einnukleontransfer verursacht, wiederum ein Gaußpotential (s. III.5.9) mit der gleichen Reichweite $\beta = 1.5 \text{ fm}$ an. Benutzen wir zur Bestimmung der Potentialstärken die Formel III.5.10, so erhalten wir

$$V_0 (^3\text{He}, d) = -53.0 \text{ MeV}$$

$$V_0 (d, t) = -55.0 \text{ MeV}$$

Damit sind auch für den direkten Prozeß und für die Nichtorthogonalitätsterme alle Parameter festgelegt, die in unsere Rechnungen eingehen.

In Fig. 2 und Fig. 3 werden die Ergebnisse für die $^{48}\text{Ca}(^3\text{He},t)^{48}\text{Sc}$ -Reaktion für 23 MeV Einschußenergie gezeigt.

In Fig. 2a zeigen wir die Beiträge der Zentralkraft (central) und der Nichtorthogonalitätsterme (NO) zum differentiellen Streuquerschnitt im Falle der natürlichen Paritätszustände. Wir stellen fest, daß der Zentral- und der NO-Beitrag beim 0^+ -Zustand etwa gleich groß sind, daß aber mit wachsendem Restkerndrehimpuls der NO-Beitrag wesentlich größer wird als der Zentralbeitrag. Beim 6^+ -Zustand ist der NO-Beitrag gar um einen Faktor 15 größer als der zentrale. Die Interferenz der beiden Beiträge ist in allen Fällen destruktiv. Sie macht sich am stärksten bei den tiefen Spinzuständen bemerkbar, weil dort Zentral- und NO-Beitrag von gleicher Größe sind. Da beide Beiträge die gleiche Form in der Winkelverteilung haben, bedeutet die Berücksichtigung der NO-Terme bei der Berechnung des Zweischrittprozesses effektiv eine Umkehrung des Vorzeichens vom direkten Prozeß.

Dies ist im Falle der natürlichen Paritätszustände in Fig. 3a dargestellt. Die Summe der $(^3\text{He},\alpha)-(\alpha,t)$ - und $(^3\text{He},d)-(d,t)$ -Zweischrittprozesse ohne Berücksichtigung der NO-Terme reproduziert im Prinzip die experimentellen Daten (2-step), wie in Ref. 14) bereits gezeigt wurde. Die Interferenz mit dem direkten Prozeß ist destruktiv (2-step+central), so daß der theoretische Wirkungsquerschnitt sich etwa für den 0^+ -Zustand wesentlich verschlechtert. In Ref. 18) ist der destruktive Effekt noch viel drastischer,

weil dort eine größere Reichweite ($\beta = 1.75$ fm) und eine größere Potentialtiefe ($V \approx 14$ MeV) benutzt und damit ein größerer Zentralbeitrag erhalten wurde. Die Hinzunahme des NO-Beitrages bringt den Gesamtstreuquerschnitt wieder an die experimentellen Daten heran. Beim 6^+ -Zustand bewirken die NO-Terme sogar eine merkliche Verbesserung bei der Beschreibung der experimentellen Daten im Vergleich zur "2-step"-Winkelverteilung.

In Fig. 2b zeigen wir ebenfalls den Zentralbeitrag (central) und den NO-Beitrag (NO) sowie deren Interferenz (central+NO) für die unnatürlichen Paritätszustände. Außerdem kommt in diesem Falle der Beitrag der Tensorkraft (tensor) zum differentiellen Streuquerschnitt hinzu. Es fällt auf, daß hier der NO-Beitrag wesentlich kleiner als der Zentralbeitrag ist. Erst beim 5^+ - und 7^+ -Zustand haben beide etwa gleiche Größe. Sie haben die gleiche Form der Winkelverteilung ($L = J - 1$ -Form) und interferieren destruktiv. Hingegen gehört die Form der Winkelverteilung vom Tensorbeitrag zum Bahndrehimpulstransfer $L = J + 1$, was sich durch Verschiebung des Streuquerschnittmaximums nach größeren Winkeln bemerkbar macht. Außerdem wächst der Tensorbeitrag im Vergleich zum Zentral- und NO-Beitrag mit wachsendem Restkern-drehimpuls stark an und ist für große Spinzustände (5^+ , 7^+) dominierend.

In Fig. 3b zeigen wir entsprechend zu den natürlichen Paritätszuständen [in Fig. 3a] das Interferenzverhalten der Zweischrittprozesse ohne Nichtorthogonalitätsterme (2-step) mit dem Zentralanteil des direkten Prozesses (2-step+central) und die Interferenz aller Beiträge, d.h. einschließlich des Tensorkraftbei-

trages (2-step+central+tensor+NO). Die 2-Schrittprozesse ohne NO-Terme geben zwar die Größe der experimentellen Streuquerschnitte wieder, die Maxima und Minima der theoretischen Streuquerschnitte sind jedoch gegenüber denen vom Experiment nach Vorwärtswinkeln verschoben ($L = J - 1$ -Form). Dies gilt besonders für den 3^+ - und 5^+ -Zustand. Der Zweischrittprozeß und der von der Zentralkraft induzierte direkte Prozeß interferieren wie bei den natürlichen Paritätszuständen destruktiv (gestrichelte Kurve). Erst die Hinzunahme der Tensorkraft ergibt eine richtige Beschreibung der Form der experimentellen Winkelverteilung (Mischung aus $L = J - 1$ - und $L = J + 1$ -Form). Lediglich die Größe des experimentellen Streuquerschnittes wird um einen Faktor 1.5-2 überschätzt. Dieser Faktor liegt jedoch in den Grenzen der Genauigkeit, die bei der Wahl der Parameter möglich ist.

Fig. 4 zeigt noch einmal die Endresultate für die 23 MeV-Daten auf einen Blick. Wir meinen, daß die konsistente Beschreibung aller Daten sehr befriedigend ist. Dies gilt um so mehr, als auch bei den 30 MeV-Daten (Fig. 5) Form und Größe der Winkelverteilungen gut reproduziert werden. Hier ist lediglich beim 5^+ -Zustand die absolute Größe der theoretischen Kurve um einen Faktor 2 zu hoch. Abschließend müssen wir folgern, daß in der $(^3\text{He}, t)$ -Reaktion auch der Zweischrittprozeß $(^3\text{He}, d)-(d, t)$ wegen der Größe der dort auftretenden Nichtorthogonalitätsterme unbedingt berücksichtigt werden muß. Da der Zentralanteil des direkten Prozesses und die Nichtorthogonalitätsterme des $(^3\text{He}, d)-(d, t)$ -Zweischrittprozesses destruktiv interferieren, läuft der Ladungsaustauschmechanismus in der $(^3\text{He}, t)$ -Reaktion im wesentlichen über den $(^3\text{He}, \alpha)$ -

(α, t) -Zweischrittprozeß ab. Dieser wird bei gleichzeitiger Berücksichtigung des direkten Prozesses und des $(^3\text{He}, d) - (d, t)$ -Zweischrittprozesses nur geringfügig modifiziert.

§ 2 Die $^{48}\text{Ca}(^6\text{Li}, ^6\text{He})^{48}\text{Sc}$ -Reaktion und die
 $^{26}\text{Mg}(^6\text{Li}, ^6\text{He})^{26}\text{Al}$ -Reaktion

Bei der Diskussion der $(^3\text{He}, t)$ -Reaktion haben wir festgestellt, daß der Ladungsaustauschmechanismus hauptsächlich über Zweischrittprozesse abläuft. Die $(^6\text{Li}, ^6\text{He})$ -Reaktion bietet nun die Möglichkeit, mit einem schwereren Projektilsystem den Ladungsaustauschmechanismus zu studieren.

Eine genaue Untersuchung der $(^6\text{Li}, ^6\text{He})$ -Reaktion ist natürlich noch aufwendiger als die der $(^3\text{He}, t)$ -Reaktion, weil die Valenznukleonen des Projektils nun Op-Nukleonen sind. Andererseits hat die $(^6\text{Li}, ^6\text{He})$ -Reaktion aber den Vorteil, daß wegen des gleichzeitigen Spin- und Isospinflips des Projektils strengere Auswahlregeln gelten. Bei Annahme eines direkten Reaktionsprozesses kann nur die spin-isospinabhängige Zentralkomponente und die isospinabhängige Tensorkomponente der effektiven NNWW den Ladungsaustausch bewirken. Deshalb hat man die $(^6\text{Li}, ^6\text{He})$ -Reaktion lange Zeit als ein Hilfsmittel angesehen, um die Potentialstärken V_{11} und V_{11}^{Ten} der effektiven NNWW zu bestimmen^{36,37}). Im Hinblick auf die Untersuchung von Zweischrittprozessen ist die $(^6\text{Li}, ^6\text{He})$ -Reaktion außerdem dadurch ausgezeichnet, daß isobare O^+ -Analogzustände mit dem direkten Reaktionsmechanismus nicht angeregt werden können. Dies verbieten die Drehimpulsauswahlregeln

$$J = I_B - I_A = 0 \quad (2.1a)$$

$$S = S_b - S_a = 1 \quad (2.1b)$$

$$L = S - J = 1 \quad (2.1c)$$

in Verbindung mit der Paritätsauswahlregel

$$(-)^L = (-)^J = 1, \quad (2.2)$$

die im Gegensatz zu (2.1c) einen L-Transfer $L = 0$ erfordert. Auch in der $^{48}\text{Ca}(^6\text{Li}, ^6\text{He})^{48}\text{Sc}$ -Reaktion gelten bei den Übergängen zu den natürlichen Paritätszuständen die Auswahlregeln (2.1b) und (2.2), d.h. $L = J$ und $S = 1$. Nehmen wir nun für die energetisch tiefliegenden Zustände von ^{48}Sc eine reine $[\pi f_{7/2}, \nu f_{7/2}^{-1}]_J \pi^-$ Konfiguration an, so sind die natürlichen Paritätsübergänge aufgrund der Auswahlregeln des 9-j-Symbols in Gl. (C.3) (Anhang C) verboten. Experimentell sind jedoch sowohl die Übergänge zu den isobaren Analogzuständen^{32,33)} als auch die zu den genannten natürlichen Paritätszuständen^{35,38)} gemessen worden. Dabei liegen die experimentellen Streuquerschnitte nahezu in der gleichen Größenordnung wie die der erlaubten Übergänge.

Diese Tatsachen weisen darauf hin, daß Zweischrittprozesse die Erklärung für die Anregung dieser verbotenen Übergänge geben müssen. So konnten Duhm et al.³³⁾ tatsächlich zeigen, daß der $(^6\text{Li}, ^7\text{Li})-(^7\text{Li}, ^6\text{He})$ -Zweischrittprozeß den Übergang zum isobaren Analogzustand in der $^{26}\text{Mg}(^6\text{Li}, ^6\text{He})^{26}\text{Al} (0^+)$ -Reaktion erklären kann. Dieses Ergebnis führt natürlich sofort zu der Frage, wie bedeutend der $(^6\text{Li}, ^5\text{He})-(^5\text{He}, ^6\text{He})$ -Zweischrittprozeß ist und welchen Beitrag die Zweischrittprozesse zu den erlaubten Übergängen liefern. Deshalb liegt es nahe, ähnlich wie in der $(^3\text{He}, t)$ -Reaktion eine konsistente Analyse der $(^6\text{Li}, ^6\text{He})$ -Reaktion durchzuführen, die sowohl den direkten Prozeß als auch die Zweischrittprozesse $(^6\text{Li}, ^7\text{Li})-(^7\text{Li}, ^6\text{He})$ und $(^6\text{Li}, ^5\text{He})-(^5\text{He}, ^6\text{He})$ berücksichtigt. Im folgenden werden wir eine derartige Untersuchung für die

$^{48}\text{Ca}(^6\text{Li}, ^6\text{He})^{48}\text{Sc}(\text{J}^\pi)$ - und die $^{26}\text{Mg}(^6\text{Li}, ^6\text{He})^{26}\text{Al}(\text{J}^\pi)$ -Reaktion durchführen.

Die Diskussion der $^{48}\text{Ca}(^6\text{Li}, ^6\text{He})^{48}\text{Sc}$ -Reaktion beginnen wir mit einer Untersuchung der bei den Zweischrittprozessen $^{48}\text{Ca}(^6\text{Li}, ^7\text{Li})^{47}\text{Ca}(^7\text{Li}, ^6\text{He})^{48}\text{Sc}$ und $^{48}\text{Ca}(^6\text{Li}, ^5\text{He})^{49}\text{Sc}(^5\text{He}, ^6\text{He})^{48}\text{Sc}$ auftretenden Einnukleontransferreaktionen, um alle bei den Zweischrittrechnungen benötigten Parameter festzulegen. Leider sind keine relevanten Einnukleontransferdaten für Targetkerne der pf-Schale vorhanden. Schumacher et al.⁶⁸⁾ haben jedoch die $(^6\text{Li}, ^7\text{Li})$ -, $(^7\text{Li}, ^6\text{Li})$ - und $(^7\text{Li}, ^6\text{He})$ -Reaktionen an Targetkernen in der sd-Schale untersucht. Sie fanden, daß die Einnukleontransferdaten mit den Wellenfunktionen von Cohen und Kurath⁵⁶⁾ für das Projektilsystem und mit einfachen Modellwellenfunktionen für das Targetsystem durch finite-range-Rechnungen verhältnismäßig gut beschrieben werden. Deshalb wählen wir die gleichen Parameter und Projektilwellenfunktionen für die Einnukleontransferreaktionen an den Targetkernen ^{48}Ca , ^{47}Ca usw. Die in den nun folgenden Rechnungen verwendeten optischen Parameter sowie die Parameter für das Saxon-Woods-Potential, in dem die gebundenen Wellenfunktionen erzeugt werden, sind in Tabelle IV angegeben. Die spektroskopischen Amplituden für das Projektil- und Targetsystem sind in den Tabellen II und III zusammengestellt.

Da wir die Zweischrittprozesse in der no-recoil-Näherung berechnen, haben wir Vergleichsrechnungen für die Einnukleontransferreaktionen mit dem finite-range-Programm "SATURN-MARS" von Tamura und Low⁶⁹⁾ durchgeführt, um die Güte der no-recoil-Näherung zu überprüfen. Im oberen Teil von Fig. 6 zeigen wir solch einen Ver-

gleich für die Einnukleontransferreaktionen $^{48}\text{Ca}(^6\text{Li}, ^7\text{Li})^{47}\text{Ca}_{\text{g.s.}}$ und $^{48}\text{Ca}(^6\text{Li}, ^5\text{He})^{49}\text{Sc}_{\text{g.s.}}$, berechnet jeweils in der Prior- und in der Postform. Wir stellen fest, daß sich bei der $^{48}\text{Ca}(^6\text{Li}, ^7\text{Li})^{47}\text{Ca}_{\text{g.s.}}$ -Reaktion die finite-range-Streuquerschnitte in der Prior- und Postform von denen in der no-recoil-Approximation berechneten jeweils um einen Faktor 1.5 unterscheiden. Wesentlich andere Ergebnisse erhalten wir dagegen bei der $^{48}\text{Ca}(^6\text{Li}, ^5\text{He})^{49}\text{Sc}_{\text{g.s.}}$ -Reaktion. Während sich hier die finite-range- von der no-recoil-Rechnung in der Postform ebenfalls nur um einen Faktor 1.5 unterscheidet, ist in der Priorform das Ergebnis der no-recoil-Rechnung um einen Faktor 10 (zehn) größer. Die Prior-Post-Relation, die bei den finite-range-Rechnungen noch ziemlich gut erfüllt ist, gilt in der no-recoil-Näherung in etwa noch für die $^{48}\text{Ca}(^6\text{Li}, ^7\text{Li})^{47}\text{Ca}_{\text{g.s.}}$ -Reaktion, ist jedoch in der $^{48}\text{Ca}(^6\text{Li}, ^5\text{He})^{49}\text{Sc}_{\text{g.s.}}$ -Reaktion drastisch verletzt. Wie in Kap. III § 4 im Detail erläutert wurde, ist dies im wesentlichen auf die sehr unterschiedliche Bindungsenergie des Protons in ^6Li (~ 4 MeV) und ^{49}Sc (~ 10 MeV) zurückzuführen. Bei der $^{48}\text{Ca}(^6\text{Li}, ^7\text{Li})^{47}\text{Ca}$ -Reaktion ist der Unterschied zwischen Post- und Priorform nicht so groß, weil hier die Bindungsenergien des transferierten Nukleons im Projektilsystem (~ 8 MeV) und im Targetsystem (~ 10 MeV) ungefähr gleich sind. Aber auch hier besteht zwischen der no-recoil-Rechnung in Prior- und Postform ein Unterschied von einem Faktor 2-3. Wir sollten jedoch nicht übersehen, daß die Prior-Post-Relation auch in der exakten finite-range-Rechnung nicht exakt erfüllt ist. Dies liegt an den Approximationen (im Falle einer Stripping-Reaktion)

$$V_{\beta} - U_{\beta} = V_{bx} + V_{bA} - U_{\beta} \approx V_{bx} \text{ (post)} \quad (2.2a)$$

$$V_{\alpha} - U_{\alpha} = V_{Ax} + V_{bA} - U_{\alpha} \approx V_{Ax} \text{ (prior)}. \quad (2.2b)$$

Subtrahieren wir Gl. (2.2b) von (2.2a), so erhalten wir die Gleichung:

$$V_{bx} = V_{Ax} + (U_{\beta}(\vec{r}_{\beta}) - U_{\alpha}(\vec{r}_{\alpha})) \quad (2.3)$$

Der Unterschied zwischen den Streuquerschnitten der Prior- und Postform resultiert bei den finite-range-Rechnungen aus dem Term $U_{\beta}(\vec{r}_{\beta}) - U_{\alpha}(\vec{r}_{\alpha})$. Wir haben im Falle der $^{48}\text{Ca}(^6\text{Li}, ^5\text{He})^{49}\text{Sc}$ -Reaktion die Gleichung (2.3) durch finite-range-Rechnungen überprüft und haben gefunden, daß Gl. (2.3) auch in numerischen Rechnungen exakt erfüllt ist.

Ausgehend von den obigen Ergebnissen müssen wir nun folgern, daß wir dann, wenn wir die $^{48}\text{Ca}(^6\text{Li}, ^6\text{He})^{48}\text{Sc}(J^{\pi})$ -Reaktion in der no-recoil-Näherung analysieren wollen, die Stripping-Prozesse in der Postform und die Pickup-Prozesse in der Priorform berechnen müssen, um richtige Ergebnisse zu erhalten. Das bedeutet, daß wir für den $(^6\text{Li}, ^7\text{Li})-(^7\text{Li}, ^6\text{He})$ -Pickup-Stripping-Prozeß die Prior-Post-Version und für den $(^6\text{Li}, ^5\text{He})-(^5\text{He}, ^6\text{He})$ -Stripping-Pickup-Prozeß die Post-Prior-Version der T-Matrix wählen müssen. Für den ^5He -Kanal müssen wir damit auch Nichtorthogonalitätseffekte berechnen.

In Fig. 7 zeigen wir das Kopplungsschema, das wir bei der Analyse der $^{48}\text{Ca}(^6\text{Li}, ^6\text{He})^{48}\text{Sc}(J^{\pi})$ -Reaktionen verwenden. Im Projektilsystem berücksichtigen wir als intermediäre Zustände jeweils den Grundzustand und den ersten angeregten Zustand von ^7Li und ^5He . Im Targetsystem sind wegen der Annahme einer reinen $[\pi f_{7/2}, \nu f_{7/2}^{-1}]_{J^{\pi}}$ -Konfiguration für die ^{48}Sc -Zustände intermediär nur die Grundzustände von ^{47}Ca und ^{49}Sc möglich.

In Fig. 8 zeigen wir die Ergebnisse des direkten Prozesses für die Übergänge zu den erlaubten unnatürlichen Paritätszuständen (1^+ , 3^+ , 5^+ , 7^+) von ^{48}Sc . Hier haben wir wie bei den ^{48}Ca ($^3\text{He}, t$) ^{48}Sc -Reaktionen eine gaußförmige Radialabhängigkeit der effektiven NNWW mit einer Reichweite $\beta = 1.5$ fm angenommen (s. Kap. III § 6). Die Potentialstärke der Zentralkraft beträgt ebenfalls $V_{11} = 10$ MeV. Nur die Tensorpotentialstärke ($V_{11}^{\text{tens}} = 10$ MeV) ist um einen Faktor 3 kleiner als in der ($^3\text{He}, t$)-Reaktion. Diese unterschiedliche Wahl der Tensorpotentialstärke hat eigentlich keinen besonderen Grund und kommt einfach daher, daß die ($^6\text{Li}, ^6\text{He}$)-Rechnungen vor den ($^3\text{He}, t$)-Rechnungen durchgeführt wurden. In der ($^3\text{He}, t$)-Reaktion ist die Tensorkraft groß und wird zur richtigen Beschreibung der Form der Winkelverteilung benötigt. Hingegen ist in der $^{48}\text{Ca} (^6\text{Li}, ^6\text{He}) ^{48}\text{Sc}$ -Reaktion der Tensorbeitrag mit $V_{11}^{\text{tens}} = 10$ MeV um etwa eine Größenordnung kleiner als der Zentralbeitrag^{38,77}), so daß eine Vergrößerung der Tensorpotentialstärke durchaus zulässig ist, ohne daß die Ergebnisse in Fig. 8 wesentlich geändert werden. Deshalb haben wir auf eine Wiederholung der Rechnungen verzichtet. Aus Fig. 8 ersehen wir, daß allein der direkte Prozeß bereits die Winkelverteilungen für den 1^+ , 3^+ und 5^+ -Zustand in der Form und in der Größe erklärt, jedoch den 7^+ -Streuquerschnitt um einen Faktor 40 unterschätzt. (Dabei ist zu bemerken, daß der 2^+ - und 7^+ -Zustand nur für Winkel größer als 10° experimentell aufgelöst werden konnten. Die Daten unter Vorwärtswinkel (bis 10°) gehören zum 2^+ -Zustand).

In Fig. 9 zeigen wir die Endresultate für die unnatürlichen Paritätszustände unter Berücksichtigung des direkten Prozesses und der Zweischrittprozesse (direkt+2-step), wobei wir die Nichtortho-

gonalitätsterme vom ${}^5\text{He}$ -Kanal vernachlässigt haben, weil diese, wie wir später zeigen werden, in der ${}^{48}\text{Ca}({}^6\text{Li}, {}^6\text{He}){}^{48}\text{Sc}$ -Reaktion ohne Bedeutung sind. Für den 5^+ -Zustand haben wir die Streuquerschnitte für den direkten (direct) und für die Zweischrittprozesse (2-step) getrennt dargestellt. Wir stellen fest, daß der direkte Streuquerschnitt um eine Ordnung größer ist als der Streuquerschnitt der Zweischrittprozesse. Das gleiche gilt für den 1^+ - und 3^+ -Zustand, wie wir durch Vergleich der gestrichelten Kurve (direct) mit der durchgezogenen Kurve (direct+2-step) erkennen können, die sich kaum unterscheiden. Beim 7^+ -Zustand übertrifft dagegen die Summe aus dem direkten und den Zweischrittprozessen den direkten Streuquerschnitt um einen Faktor 10, so daß die experimentellen Daten jetzt nur noch um einen Faktor 5 unterschätzt werden.

In Fig. 10 sind die Ergebnisse für die natürlichen Paritätszustände dargestellt. Hier tragen nur die Zweischrittprozesse zum Streuquerschnitt bei. Die Beiträge, die jeweils vom intermediären ${}^7\text{Li}$ - bzw. ${}^5\text{He}$ -Kanal kommen, sind für den 6^+ -Zustand getrennt angegeben. Es zeigt sich, daß der Streuquerschnitt für den ${}^{48}\text{Ca}({}^6\text{Li}, {}^7\text{Li}){}^{47}\text{Ca}({}^7\text{Li}, {}^6\text{He}){}^{48}\text{Sc}$ -Zweischrittprozeß den vom ${}^{48}\text{Ca}({}^6\text{Li}, {}^5\text{He}){}^{49}\text{Sc}({}^5\text{He}, {}^6\text{He}){}^{48}\text{Sc}$ -Zweischrittprozeß um einen Faktor 5 übertrifft und daß beide konstruktiv miteinander interferieren. Dieses Verhalten der Zweischrittprozesse gilt für alle Restkernzustände von ${}^{48}\text{Sc}$ und wird deshalb nur für den 6^+ -Zustand im Detail gezeigt. Wie wir aus Fig. 10 entnehmen, beschreibt die kohärente Summe beider Zweischrittstreuquerschnitte sowohl die Form als auch die Größe der experimentellen Winkelverteilungen für die natürlichen Paritätszustände. Zusammen mit den Ergebnissen für die

unnatürlichen Paritätszustände dürfen wir also folgern, daß bei Berücksichtigung des direkten Prozesses und der Zweischrittprozesse mit ${}^7\text{Li}$ bzw. ${}^5\text{He}$ als intermediären Teilchen alle Zustände, die in der ${}^{48}\text{Ca}({}^6\text{Li}, {}^6\text{He}){}^{48}\text{Sc}$ -Reaktion angeregt werden, konsistent beschrieben werden können.

Offen bleibt die Frage nach der Bedeutung der Nichtorthogonalitätsterme (NO) in der $({}^6\text{Li}, {}^6\text{He})$ -Reaktion. Diese Frage wird im unteren Teil von Fig. 6 diskutiert. Dort haben wir den Streuquerschnitt für den ${}^{48}\text{Ca}({}^6\text{Li}, {}^5\text{He}){}^{49}\text{Sc}_{\text{g.s.}}({}^5\text{He}_{\text{g.s.}}, {}^6\text{He}){}^{48}\text{Sc}(6^+)$ -Zweischrittprozeß einmal in der Prior-Post-Darstellung ($T_{\text{prior,post}}^{(2)}$) - hier ist kein NO-Term vorhanden (s. Kap. II § 3) - und einmal in der Post-Prior-Darstellung mit NO-Term ($T_{\text{post,prior}}^{(2)} + T^{(\text{NO})}$) bzw. ohne NO-Term ($T_{\text{post,prior}}^{(2)}$) dargestellt. Außerdem zeigen wir den Streuquerschnitt für den NO-Term allein. Wir stellen fest, daß der NO-Term unter Vorwärtswinkeln um eine Größenordnung kleiner ist als der Streuquerschnitt für den Zweischrittprozeß ($T_{\text{prior,post}}^{(2)}$) und diesen bei der kohärenten Summation beider nur für größere Winkel ($\sim 50^\circ$) etwas modifiziert. Genaue Untersuchungen zeigen, daß der NO-Term deshalb so klein ist, weil die Wellenfunktionen $|{}^6\text{Li} \otimes {}^{48}\text{Ca}\rangle$ und $|{}^5\text{He} \otimes {}^{49}\text{Sc}\rangle$ bzw. $|{}^5\text{He} \otimes {}^{49}\text{Sc}\rangle$ und $|{}^6\text{He} \otimes {}^{48}\text{Sc}\rangle$ einen sehr kleinen Überlapp haben. Dies ist anders in der $({}^3\text{He}, t)$ -Reaktion, wo der Überlapp der Wellenfunktionen gut ist und die NO-Terme auch deshalb groß sind. Offensichtlich sind die Op-Projektilwellenfunktionen für den schlechten Überlapp der Wellenfunktionen verantwortlich. Aus Fig. 6c können wir also entnehmen, daß Nichtorthogonalitätsterme in der ${}^{48}\text{Ca}({}^6\text{Li}, {}^6\text{He}){}^{48}\text{Sc}$ -Reaktion keine Bedeutung haben. Außerdem sieht man in Fig. 6c, daß die Relation

$$T_{\text{prior,post}}^{(2)} = T_{\text{post,prior}}^{(2)} + T^{(\text{NO})}$$

für den $^{48}\text{Ca}(^6\text{Li}, ^5\text{He})^{49}\text{Sc}(^5\text{He}, ^6\text{He})^{48}\text{Sc}$ -Zweischrittprozeß in der no-recoil-Näherung drastisch verletzt ist. Dies ist jedoch nach der Verletzung der Prior-Post-Relation bei der Einnukleontransferreaktion $^{48}\text{Ca}(^6\text{Li}, ^5\text{He})^{49}\text{Sc}$ nicht weiter verwunderlich, denn in der Prior-Post-Darstellung des $^{48}\text{Ca}(^6\text{Li}, ^5\text{He})^{49}\text{Sc}(^5\text{He}, ^6\text{He})^{48}\text{Sc}$ -Zweischrittprozesses wird der erste Transfer in der Priorform und der zweite in der Postform berechnet. In beiden Fällen ist für diese Darstellung die no-recoil-Näherung nicht gültig (s. Fig. 6b).

Nach der Diskussion der $^{48}\text{Ca}(^6\text{Li}, ^6\text{He})^{48}\text{Sc}$ -Reaktion wenden wir uns nun der $^{26}\text{Mg}(^6\text{Li}, ^6\text{He})^{26}\text{Al}(J^\pi)$ -Reaktion zu. Hier sind von Duhm et al.³³⁾ die Übergänge zu den unnatürlichen Paritätszuständen von $^{26}\text{Al}(1^+, 3^+, 5^+)$ und der Übergang zum isobaren Analogzustand $^{26}\text{Al}(0^+)$ gemessen worden. Die gleichen Autoren haben die Daten für die unnatürlichen Paritätszustände mit einer $\sigma\sigma\pi\pi$ -Zentralkraft von Yukawaform analysiert und benötigten abnorm große Potentialstärken von $V_{11} \approx 200$ MeV. Die Winkelverteilung für den im direkten Prozeß verbotenen Übergang zum isobaren Analogzustand können sie mit dem $^{26}\text{Mg}(^6\text{Li}, ^7\text{Li})^{25}\text{Mg}(^7\text{Li}, ^6\text{He})^{26}\text{Al}(0^+)$ -Zweischrittprozeß in der Form ausgezeichnet beschreiben, die Größe des Streuquerschnittes unterschätzen sie jedoch um einen Faktor 1.8. Wir führen nun eine erneute, konsistente Analyse der $^{26}\text{Mg}(^6\text{Li}, ^6\text{He})^{26}\text{Al}(J^\pi)$ -Reaktion durch, wobei wir den direkten Prozeß und die beiden Zweischrittprozesse berücksichtigen. Dabei nehmen wir für die Wellenfunktionen von ^{26}Mg und ^{26}Al wie in Ref. 33) ein einfaches $d_{5/2}^{-2}$ -Modell an. Die zugehörigen spektroskopi-

schen Amplituden sind in Tabelle III angegeben. Die optischen Parameter sind in Tabelle IV zusammengestellt.

In Fig. 11 zeigen wir die Winkelverteilungen für die unnatürlichen Paritätszustände. Für den 5^+ -Zustand geben wir auch den Streuquerschnitt für die Zweischrittprozesse getrennt an (2-step). Dieser unterschätzt die experimentellen Daten um einen Faktor 10. Das gleiche gilt auch für den 1^+ - und 3^+ -Zustand. Die experimentellen Daten müssen also durch den direkten Prozeß allein beschrieben werden. Dazu benötigen wir für den 1^+ -Zustand eine Potentialstärke $V_{11} = V_{11}^{\text{tens}} = 26 \text{ MeV}$, für den 3^+ -Zustand eine Potentialstärke von $V_{11} = V_{11}^{\text{tens}} = 30 \text{ MeV}$ und schließlich für den 5^+ -Zustand $V_{11} = V_{11}^{\text{tens}} = 17 \text{ MeV}$.

Zwei Dinge sind zu bemerken: Die zur Beschreibung der experimentellen Daten benötigten Potentialstärken sind in der $^{26}\text{Mg}(^6\text{Li}, ^6\text{He})^{26}\text{Al}(1^+, 3^+, 5^+)$ -Reaktion um einen Faktor 2-3 größer als bei der $^{48}\text{Ca}(^6\text{Li}, ^6\text{He})^{48}\text{Sc}$ -Reaktion. Die Potentialstärken sind nicht konstant, sind aber um einen Faktor 5-10 kleiner als die von Duhm et al.³³⁾ angegebenen Werte. Die Erklärung für den Unterschied in den benötigten Potentialstärken bei der $^{26}\text{Mg}(^6\text{Li}, ^6\text{He})^{26}\text{Al}$ - und der $^{48}\text{Ca}(^6\text{Li}, ^6\text{He})^{48}\text{Sc}$ -Reaktion liegt vielleicht darin, daß ein $d_{5/2}^{-2}$ -Modell für die Beschreibung der Zustände von ^{26}Mg und ^{26}Al zu einfach ist. In diesem Modell nehmen wir ^{26}Mg und den Restkern ^{26}Al als sphärisch an, in Wirklichkeit sind diese Kerne jedoch deformiert. Deshalb ist nicht auszuschließen, daß eine Analyse der $^{26}\text{Mg}(^6\text{Li}, ^6\text{He})^{26}\text{Al}(1^+, 3^+, 5^+)$ -Reaktion mit besseren Targetwellenfunktionen kleinere und konstante Potentialstärken ergibt.

In Fig. 12 zeigen wir schließlich den Übergang zum isobaren Analogzustand von ^{26}Al , und zwar zeigen wir die Beiträge für den $^{26}\text{Mg}(^6\text{Li}, ^7\text{Li})^{25}\text{Mg}(^7\text{Li}, ^6\text{He})^{26}\text{Al}(0^+)$ (gestrichelte Kurve) - und den $^{26}\text{Mg}(^6\text{Li}, ^5\text{He})^{27}\text{Al}(^5\text{He}, ^6\text{He})^{26}\text{Al}(0^+)$ -Zweischrittprozeß getrennt. Der Wirkungsquerschnitt für den ersten Prozeß stimmt exakt mit dem überein, den Duhm et al.³³⁾ erhalten haben. Der Zweischrittstreuquerschnitt mit dem intermediären ^5He -Kanal ist zwar um einen Faktor 5 kleiner als der mit dem intermediären ^7Li -Kanal, aber bei der kohärenten Summation beider trägt der ^5He -Kanal gerade so viel bei, daß die experimentellen Daten in Form und Größe gut reproduziert werden. Insofern ergibt der Einschluß des Zweischrittprozesses mit intermediären ^5He -Teilchen gerade den Faktor 1.8, um den der $^{26}\text{Mg}(^6\text{Li}, ^7\text{Li})^{25}\text{Mg}(^7\text{Li}, ^6\text{He})^{26}\text{Al}$ -Zweischrittprozeß die experimentellen Daten unterschätzt.

V. Zusammenfassung

In dieser Arbeit wird der Reaktionsmechanismus bei Ladungsaustauschreaktionen untersucht. Zwei Typen von Reaktionsmechanismen werden diskutiert: der direkte Ladungsaustauschmechanismus, der durch die isospinabhängigen Komponenten der Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung verursacht wird, und der Zweischnittmechanismus mit sukzessivem Nukleonttransfer. Von den Zweischnittprozessen untersuchen wir sowohl den Pickup-Stripping- als auch den Stripping-Pickup-Prozeß. Dies geschieht für Ladungsaustauschreaktionen, die durch leichte Ionen und für solche, die durch schwere Ionen induziert werden.

Zu diesem Zwecke haben wir im theoretischen Teil der Arbeit die Gleichungen für gekoppelte Reaktionskanäle¹⁸⁾ formuliert, und zwar unter Berücksichtigung der Nichtorthogonalität der einzelnen Reaktionskanäle. Für die in den CRC-Gleichungen auftretenden Nichtorthogonalitätsterme haben wir unter Benutzung der no-recoil-Näherung Formeln abgeleitet, die in praktischen Rechnungen verwendet werden können. Um den direkten Ladungsaustausch auch bei Schwerionenreaktionen in einem mikroskopischen Modell behandeln zu können, verallgemeinern wir den Formalismus von Madsen²⁷⁾ für Projektile mit Massenzahlen $A \leq 4$ auf beliebig schwere Projektile, so daß nun sowohl die unelastische als auch die quasi(un)elastische Streuung für Leicht- und Schwerionenreaktionen behandelt werden können. Die Einnukleonttransfermatrixelemente, die bei der Berechnung der Zweischnittprozesse auftreten, berechnen wir in der no-recoil-Näherung.

Die Güte dieser Näherung überprüfen wir durch Vergleich von exakten finite-range- und no-recoil-Rechnungen für die relevanten Einnukleontransferreaktionen. Dabei überprüfen wir gleichzeitig die Prior-Post-Relation der T-Matrix. Es zeigt sich, daß bei der no-recoil-Näherung die Prior-Post-Relation in manchen Fällen drastisch verletzt ist. Zur Erklärung dieses Effektes werden qualitative Argumente angegeben.

Als erstes Beispiel untersuchen wir die ($^3\text{He}, t$)-Ladungsaustauschreaktion. Wir analysieren experimentelle Daten für die $^{48}\text{Ca}(^3\text{He}, t)^{48}\text{Sc}(J^\pi)$ -Reaktionen^{57,58)}, wobei wir den direkten Ladungsaustauschprozeß und die Zweischrittprozesse mit intermediärem α -Teilchen und intermediärem Deuteron berücksichtigen. Es zeigt sich, daß die Nichtorthogonalitätsterme, die bei der Berechnung des ($^3\text{He}, d$)-(d, t)-Zweischrittprozesses in der Post-Prior-Darstellung der T-Matrix auftreten, sehr wichtig sind und daß erst mit ihrer Hilfe eine konsistente Beschreibung der natürlichen und unnatürlichen Paritätszustände, die in der $^{48}\text{Ca}(^3\text{He}, t)^{48}\text{Sc}$ -Reaktion angeregt werden, ermöglicht wird⁷⁰⁾. Die natürlichen Paritätszustände werden im wesentlichen über den ($^3\text{He}, \alpha$)-(α, t)-Zweischrittprozeß angeregt, weil hier der direkte Prozeß und der ($^3\text{He}, d$)-(d, t)-Prozeß, dessen Hauptbeitrag vom Nichtorthogonalitätsterm kommt, destruktiv miteinander interferieren. Bei den unnatürlichen Paritätszuständen gilt im Prinzip das gleiche, jedoch mit der Einschränkung, daß hier die Tensorkraft wichtig ist.

Als zweites Beispiel untersuchen wir die ($^6\text{Li}, ^6\text{He}$)-Reaktionen, und zwar an den Targetkernen ^{48}Ca und ^{26}Mg . Wegen des gleichzeitigen Spin- und Isospinflips des Projektils sind hier die über-

gänge zu den natürlichen Paritätszuständen im direkten Prozeß verboten. Die experimentellen Winkelverteilungen für diese Übergänge können mit den $(^6\text{Li}, ^7\text{Li})(^7\text{Li}, ^6\text{He})$ - und $(^6\text{Li}, ^5\text{He})(^5\text{He}, ^6\text{He})$ -Zweischrittprozessen in Form und Größe beschrieben werden. Dabei ist der erstere der beiden Zweischrittprozesse dominant. Die Nichtorthogonalitätseffekte sind hier vernachlässigbar klein. Bei den im direkten Prozeß erlaubten Übergängen zu den unnatürlichen Paritätszuständen dominiert im Gegensatz zur $(^3\text{He}, t)$ -Reaktion der direkte Prozeß und beschreibt im wesentlichen allein Form und Größe der experimentellen Winkelverteilungen. Insgesamt können wir auch in der $(^6\text{Li}, ^6\text{He})$ -Reaktion eine konsistente Beschreibung⁷¹⁾ der experimentellen Daten erreichen.

Anhang A

Berechnung der CRC-Kopplungsmatrixelemente

In §1 - §3 von Kap. III wird gezeigt, daß sich das Matrixelement $(I_B M_B s_b m_b | W | I_A M_A s_a m_a)$ in der Form von Gl. (II.4.6) schreiben läßt. Damit ergibt sich für die Kopplungsmatrixelemente aus Gl. (II.4.4) in expliziter Schreibweise:

$$\begin{aligned}
 \langle \phi_{\beta j_{\beta} I_B}^{JM} | W | \phi_{\alpha j_{\alpha} I_A}^{JM} \rangle \frac{\chi_{\alpha j_{\alpha}}^J(r_{\alpha})}{r_{\alpha}} &= \sum_{\ell s j} \sum_{m_{\ell \beta}, m_b, m_{j_{\beta}}, M_B} \sum_{m_{\ell \alpha}, m_a, m_{j_{\alpha}}, M_A} \quad (A.1) \\
 &\times (\ell_{\beta} m_{\ell \beta} s_b m_b | j_{\beta} m_{j_{\beta}}) (j_{\beta} m_{j_{\beta}} I_B M_B | JM) (\ell_{\alpha} m_{\ell \alpha} s_a m_a | j_{\alpha} m_{j_{\alpha}}) \\
 &\times (j_{\alpha} m_{j_{\alpha}} I_A M_A | JM) (\ell m_{\ell} s m_s | j m_j) (I_A M_A j m_j I_B M_B) \\
 &\times (-)^{s_b - m_b} (s_a m_a s_b - m_b | s m_s) i^{\ell_{\alpha} - \ell_{\beta} - \ell} \int d\hat{r} Y_{\ell \beta}^{m_{\ell \beta}}(\hat{r}) Y_{\ell}^{m_{\ell}}(\hat{r}) Y_{\ell \alpha}^{m_{\ell \alpha}}(\hat{r}) \\
 &\times \frac{\chi_{\alpha j_{\alpha}}^J(r_{\alpha})}{r_{\alpha}} F_{\ell s j}^W(r_{\alpha})
 \end{aligned}$$

Mit der Formel 72)

$$\begin{aligned}
 \int d\hat{r} Y_{\ell \beta}^{m_{\ell \beta}}(\hat{r}) Y_{\ell}^{m_{\ell}}(\hat{r}) Y_{\ell \alpha}^{m_{\ell \alpha}}(\hat{r}) &= \frac{1}{\sqrt{4\pi}} (-)^{\ell_{\beta}} \frac{\hat{\ell}_{\alpha} \hat{\ell}_{\beta}}{\hat{\ell}} (\ell_{\alpha} 0 \ell_{\beta} 0 | \ell 0) (-)^{\ell_{\beta} - m_{\ell \beta}} \\
 &(\ell_{\alpha} m_{\ell \alpha} \ell_{\beta} - m_{\ell \beta} | \ell m_{\ell})
 \end{aligned}$$

und durch Einführung einer Einheit, die die Drehimpulse j_α und j_β zum Drehimpulsübertrag j koppelt, läßt sich (A.1) zusammenfassen zu:

$$\begin{aligned}
 & \langle \phi_{\ell_\beta j_\beta, I_B}^{JM} | W | \phi_{\ell_\alpha j_\alpha, I_A}^{JM} \frac{\chi_{\ell_\alpha j_\alpha}^J(r_\alpha)}{r_\alpha} \rangle = \sum_{\ell s j} \left[i^{\ell_\alpha + \ell_\beta - \ell} \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \frac{\hat{\ell}_\alpha \hat{\ell}_\beta}{\hat{\ell}} \right. \quad (A.3) \\
 & \left. (\ell_\alpha 0 \ell_\beta 0 | \ell 0) \right] \\
 & \times \sum_{\substack{m_{j_\beta}, m_{j_\alpha} \\ m_j, M_A, M_B}} (-)^{j_\beta - m_{j_\beta}} (j_\alpha m_{j_\alpha} j_\beta - m_{j_\beta} | j m_j) (j_\alpha m_{j_\alpha} I_A M_A | JM) \\
 & \times (j_\beta m_{j_\beta} I_B M_B | JM) (I_A M_A j m_j | I_B M_B) \langle (\ell_\alpha s_a) j_\alpha, (\ell_\beta s_b) j_\beta, j | (\ell_\alpha \ell_\beta) \ell, \\
 & (s_a s_b) s, j \rangle F_{\ell s j}^W \frac{\chi_{\ell_\alpha j_\alpha}^J(r_\alpha)}{r_\alpha} \\
 & = \sum_{\ell s j} \left[i^{\ell_\alpha + \ell_\beta - \ell} \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \frac{\hat{\ell}_\alpha \hat{\ell}_\beta}{\hat{\ell}} (\ell_\alpha 0 \ell_\beta 0 | \ell 0) \right] (-)^{j_\alpha + I_A - j} \langle (j j_\beta) j_\alpha, I_A, J | (j I_A) \\
 & I_\beta, j_\beta, J \rangle \frac{\hat{j}}{\hat{j}_\alpha} \langle (\ell_\alpha s_a) j_\alpha, (\ell_\beta s_b) j_\beta, j | (\ell_\alpha \ell_\beta) \ell, (s_a s_b) s, j \rangle \\
 & \times F_{\ell s j}^W(r_\alpha) \frac{\chi_{\ell_\alpha j_\alpha}^J(r_\alpha)}{r} \\
 & = \hat{I}_B \frac{1}{\sqrt{4\pi}} i^{\ell_\alpha + \ell_\beta - \ell} (-)^{j_\alpha + I_A - J} \hat{\ell}_\alpha \hat{\ell}_\beta \hat{j}_\alpha \hat{j}_\beta \hat{j} \hat{s} (\ell_\alpha 0 \ell_\beta 0 | \ell 0)
 \end{aligned}$$

$$\times W(j_{\alpha} j_{\beta} I_A I_B, j_J) \begin{Bmatrix} l_{\alpha} s_{\alpha} j_{\alpha} \\ l_{\beta} s_{\beta} j_{\beta} \\ l \ s \ j \end{Bmatrix} F_{lsj}^W(r_{\alpha}) \frac{\chi_{l_{\alpha} j_{\alpha}}(r_{\alpha})}{r_{\alpha}}$$

Durch Vergleich mit (II.4.9) folgen die Formeln in (II.4.10) und (II.4.11)

Anhang B

Tensorentwicklung der effektiven NNWW nach den Koordinaten \vec{r}_i und \vec{u}_j

Die effektive NNWW aus III.1.1 kann mit anderer Notation geschrieben werden als:

$$V = \sum_{r=0,1} \sum_{\substack{n \in P \\ m \in T}} g(r_{nm}) \left[V_{0,r}^{(0)} + V_{1,r}^{(0)} \vec{\sigma}_n \cdot \vec{\sigma}_m + V_{1,r}^{(2)} S_{nm} \right] \times \vec{\tau}_n^{(1)} \cdot \vec{\tau}_m^{(1)} \quad (B.1)$$

wobei gilt:

$$\begin{aligned} \vec{\tau}_n^{(r)} &\equiv 1 \text{ für } r = 0 \\ \vec{\tau}_n^{(r)} &\equiv \vec{\tau}_n \text{ für } r = 1 \end{aligned} \quad (B.2)$$

Benutzen wir die Konvention aus (B.2) auch für den Spinoperator und beachten wir die Relationen:

$$\vec{\sigma}_n^{(r)} \cdot \vec{\sigma}_m^{(r)} = (-)^r \hat{r} \left[\vec{\sigma}_n^{(r)} \times \vec{\sigma}_m^{(r)} \right]_0^{(0)} \quad (B.3a)$$

$$S_{nm} = \sqrt{6} \left[\vec{\sigma}_n^{(1)} \times \vec{\sigma}_m^{(1)} \right]^{(2)} \cdot C^{(2)}(\hat{r}_{nm}) \quad (B.3b)$$

so erhalten wir für B.1:

$$\begin{aligned} V = & \sum_{r,s=0,1} \sum_{\substack{n \in P \\ m \in T}} g(r_{nm}) \left[V_{s,r}^{(0)} (-)^s \hat{s} \left[\vec{\sigma}_n^{(s)} \times \vec{\sigma}_m^{(s)} \right]_0^{(0)} \right. \\ & \left. + V_{s,r}^{(2)} \sqrt{6} \left[\vec{\sigma}_n^{(s)} \times \vec{\sigma}_m^{(s)} \right]^{(2)} \cdot C^{(2)}(\hat{r}_{nm}) \right] \vec{\tau}_n^{(r)} \cdot \vec{\tau}_m^{(r)} \end{aligned} \quad (B.4)$$

$$\equiv \sum_{\substack{r,s=0,1 \\ t=0,2}} A_{r,s,t} \sum_{\substack{n \in P \\ m \in T}} \left[\vec{\sigma}_n^{(s)} \times \vec{\sigma}_m^{(s)} \right]^{(t)} \cdot C^{(t)}(\hat{r}_{nm}) g(r_{nm}) \vec{t}_n^{(r)} \cdot \vec{t}_m^{(r)}$$

Dabei ist der Koeffizient $A_{r,s,t}$ gegeben durch

$$A_{r,s,t} = (-)^{\hat{s}} V_{s,r}^{(t)} \delta_{t,0} + \sqrt{6} V_{s,r}^{(t)} \delta_{t,2} \quad (B.5)$$

Nun können wir den Operator $g(r_{nm}) C^{(t)}(\hat{r}_{nm}) \cdot \left[\vec{\sigma}_n^{(s)} \times \vec{\sigma}_m^{(s)} \right]^{(t)}$

tensoriell nach den Koordinaten \vec{r}_i und \vec{u}_j entwickeln und erhalten in der jj-Kopplung: 73)

$$g(r_{nm}) C^{(t)}(\hat{r}_{nm}) \cdot \left[\vec{\sigma}_n^{(s)} \times \vec{\sigma}_m^{(s)} \right]^{(t)} = \sum_{k_1, k_2} \cdot P(k_1 k_2 s t) \times \quad (B.6)$$

$$v^{(k_1 k_2 t)}(r_n, u_m) \left[C^{(k_1)}(\hat{r}_n) \times \vec{\sigma}_n^{(s)} \right]^{(s)} \cdot \left[C^{(k_2)}(\hat{u}_m) \times \vec{\sigma}_m^{(s)} \right]$$

mit

$$P(k_1 k_2 s t) := i^{k_1 + k_2 - t - 2s} \hat{k}_1^2 \hat{k}_2^2 (k_1 0 k_2 0 | t 0) W(k_1 s k_2 s, s t) \quad (B.7)$$

und

$$v^{(k, k, 0)}(r_n, u_m) = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} d(\cos \omega) g(r_{nm}) P_k(\cos \omega) \quad (B.8a)$$

$$v^{(k, k+2, 2)}(r_n, u_m) = u_m^2 w^{(k)}(r_n, u_m) - 2 r_n u_m w^{(k+1)}(r_n, u_m) + r_n^2 w^{(k+2)}(r_n, u_m) \quad (B.8b)$$

$$v^{(k, k, 2)}(r_n, u_m) = r_n u_m \left\{ \frac{2k+3}{2k+1} w^{(k-1)}(r_n u_m) + \frac{2k-1}{2k+1} \times w^{(k+1)}(r_n, u_m) \right\} - (r_n^2 + u_m^2) w^{(k)}(r_n, u_m) \quad (B.8c)$$

$$v^{(k_1, k_2, 2)}(r_n, u_m) = v^{(k_2, k_1, 2)}(u_m, r_n) \quad (\text{B.8d})$$

Dabei ist $w^{(k)}(r_n, u_m)$ definiert durch

$$w^{(k)}(r_n, u_m) = \frac{1}{2} \int_{-1}^{+1} \frac{g(r_{nm})}{r_{nm}^2} P_k(\cos \omega) d(\cos \omega) \quad (\text{B.9})$$

Entwickeln wir nun den Operator $v^{(k_1, k_2, t)}(r_n, u_m) \left[C^{(k_2)}(\hat{u}_m) \times \vec{\sigma}_m \right]_{m_s}^{(s)}$ nach Tensoroperatoren, die von \vec{r}_j und \vec{R} abhängen, so ergibt sich^{38,73)}

$$v^{(k_1, k_2, t)}(r_n, u_m) \left[C^{(k_2)}(\hat{u}_m) \times \vec{\sigma}_m \right]_{m_s}^{(s)} = \sum_{\substack{\ell', \ell, J \\ m_\ell M}} Q(\ell' \ell s J k_2) \times \quad (\text{B.10})$$

$$(\ell m_\ell s m_s | JM) v_{k_1, k_2, t}^{(\ell', \ell, k_2)}(r_n, r_m, R) \left[C^{(\ell')}(\hat{r}_m) \times \vec{\sigma}^{(s)} \right]_M^J Y_\ell^{m_\ell *}(\hat{R})$$

mit

$$Q(\ell \ell' s J k_2) = \sqrt{4\pi} i^{\ell + \ell' - k_2} (-)^{s-J} \frac{\hat{s} \hat{\ell} \hat{\ell}'^2}{k_2} W(\ell s \ell' s, J k_2) \times \quad (\text{B.11})$$

$$(\ell 0 \ell' 0 | k_2 0)$$

Die Radialkoeffizienten $v_{k_1, k_2, t}^{(\ell', \ell, k_2)}(r_n, r_m, R)$ sind analog zu (B.8a)-

(B.8d) definiert. Die Gl.n (B.6) und (B.10) zusammen ergeben für die Wechselwirkung V die Darstellung:

$$V = \sum_{\substack{r, s=0,1 \\ t=0,2}} A_{r,s,t} \sum_{\substack{n \in P \\ m \in T}} \sum_{k_1, k_2} P(k_1 k_2 s t) (-)^{m_s} \times \left[C^{(k_1)}(\hat{r}_n) \times \vec{\sigma}_n^{(s)} \right]_{-m_s}^{(s)} \quad (\text{B.12})$$

$$\times \sum_{\substack{\ell', \ell, j \\ m_\ell, m}} (\ell m_\ell \ s m_s | JM) Q(\ell' \ell s j k_2) v_{k_1 k_2 t}^{(\ell', \ell, k_2)}(r_n, r_m, R)$$

$$\times \left[C^{(\ell')}(\hat{r}_m) \times \vec{\sigma}_m(s) \right]_M^J Y_{\ell}^{m_\ell}(\hat{R}) \vec{\tau}_n(r) \cdot \vec{\tau}_m(r)$$

Anhang C

Matrixelemente der effektiven NNWW

In Anhang B haben wir in Gl. B.12 die zweifache Tensorentwicklung der effektiven NNWW angegeben. Mit dieser Darstellung der effektiven NNWW lässt sich das Matrixelement $\langle j_{\beta} m_{\beta} v_{\beta} j_b m_b v_b | V | j_a m_a v_a j_{\alpha} m_{\alpha} v_{\alpha} \rangle$ sofort angeben:

$$\langle j_{\beta} m_{\beta} v_{\beta} j_b m_b v_b | V | j_a m_a v_a j_{\alpha} m_{\alpha} v_{\alpha} \rangle \quad (C.1)$$

$$= \sum_{\substack{r,s=0,1 \\ t=0,2 \\ \ell,j}} (-)^{j_{\alpha}-m_{j\alpha}} (j_{\alpha}-m_{j\alpha} j_{\beta} m_{j\beta} | jm) (-)^{j_b-m_{jb}} (j_a m_{ja} j_b -m_{jb} | sm_s) \\ (\ell m_{\ell} sm_s | jm) \times A_{r,s,t} \sum_{\substack{k_1 k_2 \\ \ell', \ell}} P(k_1 k_2 st) Q(\ell \ell' s j k_2)$$

$$Z_1 (\ell_a j_a \ell_b j_b s k_1) Z_2 (\ell_{\alpha} j_{\alpha} \ell_{\beta} j_{\beta} s j \ell \ell') X(n_a \ell_a n_b \ell_b, n_{\alpha} \ell_{\alpha} n_{\beta} \ell_{\beta}, \ell \ell' k_2, k_1 k_2 t; R)$$

$$(\frac{1}{2} v_{\beta} \frac{1}{2} v_b | \tau_n^{(r)} \cdot \tau_m^{(r)} | \frac{1}{2} v_a \frac{1}{2} v_{\alpha}) i^{-\ell} Y_{\ell}^{m_{\ell}} (\hat{R})$$

wobei die Größen Z_1 und Z_2 gegeben sind durch:

$$Z_1 (\ell_a j_a \ell_b j_b s k_1) = \hat{j}_b \hat{j}_a (\ell_b || C^{(k_1)} || \ell_a) (\frac{1}{2} || \vec{\sigma}^{(s)} || \frac{1}{2}) \begin{Bmatrix} \ell_b & \frac{1}{2} & j_b \\ \ell_a & \frac{1}{2} & j_a \\ k_1 & s & s \end{Bmatrix} \quad (C.2)$$

$$\text{und} \\ Z_2 (\ell_{\alpha} j_{\alpha} \ell_{\beta} j_{\beta} s j \ell \ell') = \hat{j}_{\alpha} \hat{j}_{\beta} (\ell_{\beta} || C^{(\ell')} || \ell_{\alpha}) (\frac{1}{2} || \vec{\sigma}^{(s)} || \frac{1}{2}) \begin{Bmatrix} \ell_{\beta} & \frac{1}{2} & j_{\beta} \\ \ell_{\alpha} & \frac{1}{2} & j_{\alpha} \\ \ell & s & j \end{Bmatrix} \quad (C.3)$$

Das Integral bezüglich der Projektil- und Targetradialwellenfunktionen ist gegeben durch:

$$\begin{aligned}
 & X(n_a \ell_a n_b \ell_b, n_\alpha \ell_\alpha n_\beta \ell_\beta, \ell' \ell k_2, k_1 k_2 t; R) \quad (C.4) \\
 & = \int dr_n r_n^2 \int dr_m r_m^2 u_{n_b \ell_b}(r_n) u_{n_\beta \ell_\beta}(r_m) v_{k_1 k_2, t}^{(\ell', \ell, k_2)}(r_n, r_m, R) \\
 & \quad \times u_{n_a \ell_a}(r_n) u_{n_\alpha \ell_\alpha}(r_m)
 \end{aligned}$$

Anhang D

Berechnung des no-recoil-Formfaktors

Zur Berechnung des no-recoil-Formfaktors entwickeln wir

$$f_{\ell m}^{n_1 \ell_1 n_2 \ell_2}(\vec{r}_1, \vec{r}') = \sum_{m_1, m_2} (\ell_1 m_1 \ell_2 m_2 | \ell m) \quad (D.1)$$

$$\phi_{n_1 \ell_1 m_1}(\vec{r}_1) \times \phi_{n_2 \ell_2 m_2}(\vec{r}')$$

nach den sphärischen Kugelfunktionen $Y_{\ell_a m_a}(\hat{r})$ und $Y_{\ell_b m_b}(\hat{r}')$ gemäß:

$$f_{\ell m}^{n_1 \ell_1 n_2 \ell_2} = \sum_{\substack{\ell_a \ell_b \\ m_a m_b}} F_{\ell_a \ell_b}^{n_1 \ell_1 n_2 \ell_2}(r, r') (\ell_a m_a \ell_b m_b | \ell m) \quad (D.2)$$

$$Y_{\ell_a m_a}(\hat{r}) Y_{\ell_b m_b}(\hat{r}')$$

mit

$$\begin{aligned} F_{\ell_a \ell_b}^{n_1 \ell_1 n_2 \ell_2}(r, r') &= \sum_{\substack{m_a, m_b \\ m_1, m_2}} (\ell_a m_a \ell_b m_b | \ell m) (\ell_1 m_1 \ell_2 m_2 | \ell m) \quad (D.3) \\ &\times \int d\hat{r} \int d\hat{r}' \phi_{n_1 \ell_1 m_1}(\vec{r} + \vec{r}') \phi_{n_2 \ell_2 m_2}(\vec{r}') \\ &\times Y_{\ell_a m_a}(\hat{r}) Y_{\ell_b m_b}(\hat{r}') \end{aligned}$$

Zur Auswertung des Doppelintegrals in (D.3) spalten wir die Einzelchenwellenfunktionen in einen reinen Radialanteil $w_{n\ell}$ und einen

Winkelanteil auf:

$$w_{n_1 \ell_1} (r_1) Y_{\ell_1 m_1} (\vec{r}_1) = \phi_{n_1 \ell_1 m_1} (\vec{r}_1) \quad (D.4a)$$

$$w_{n_2 \ell_2} (r') Y_{\ell_2 m_2} (\vec{r}') = \phi_{n_2 \ell_2 m_2} (\vec{r}') \quad (D.4b)$$

Dabei ist, wie erwähnt, das Potential \bar{V} immer in den Radialterm $w_{n\ell}$ eingeschlossen, der von der gleichen Koordinate wie \bar{V} abhängt. Die Funktionen $Y_{\ell m}(\vec{r})$ in (D.4) sind definiert durch:

$$Y_{\ell m}(\vec{r}) = r^\ell Y_{\ell m}(\hat{r}) \quad (D.5)$$

Wir haben von den Radialwellenfunktionen den Faktor r^ℓ abgespalten, um für $Y_{\ell_1 m_1}(\vec{r} + \vec{r}')$ in (D.3) die Relation⁷²⁾

$$Y_{\ell_1 m_1}(\vec{r} + \vec{r}') = \sum_{\lambda_1 \lambda_1'} \delta_{\lambda_1 + \lambda_1', \ell_1} \left[\frac{4\pi(2\ell_1 + 1)!}{(2\lambda_1 + 1)!(2\lambda_1' + 1)!} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (D.6)$$

$$r^{\lambda_1} r'^{\lambda_1'} \left[Y_{\lambda_1}(\hat{r}) Y_{\lambda_1'}(\hat{r}') \right]_{\ell_1 m_1}$$

verwenden zu können. Ebenso entwickeln wir $w_{\ell_1 n_1}(|\vec{r} + \vec{r}'|)$ gemäß:

$$w_{\ell_1 n_1}(|\vec{r} + \vec{r}'|) = 2\pi \sum_{k,q} G_k(r, r') Y_{kq}(\hat{r}) Y_{kq}(\hat{r}') \quad (D.7)$$

mit

$$G_k(r, r') = \int_{-1}^{+1} w_{\ell_1 n_1}(|\vec{r} + \vec{r}'|) P_k(\cos\theta) d(\cos\theta) \quad (D.8)$$

Unter Berücksichtigung von (D.6) und (D.7) erhalten wir in (D.3) folgende Integrale über die Winkelvariablen \hat{r} und \hat{r}' :

$$\int d\hat{r}' Y_{\ell_b m_b}^{\sim}(\hat{r}') Y_{\lambda_1' \mu_1'}(\hat{r}') Y_{\ell_2 m_2}(\hat{r}') Y_{kq}(\hat{r}') \quad (D.9a)$$

und

$$\int d\hat{r} Y_{\ell_a m_a}^{\sim}(\hat{r}) Y_{\lambda_1 \mu_1}(\hat{r}) Y_{kq}^{\sim}(\hat{r}) \quad (D.9b)$$

Benutzen wir die Relation

$$Y_{\lambda_1' \mu_1'}(\hat{r}') Y_{\ell_2 m_2}(\hat{r}') = \sum_{\Lambda_a M_a} i^{\lambda_1' + \ell_2 - \Lambda_a} \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \frac{\hat{\lambda}_1' \hat{\ell}_2}{\hat{\Lambda}_a} \quad (D.10)$$

$$\times (\lambda_1' 0 \ell_2 0 | \Lambda_a 0) (\lambda_1' \mu_1' \ell_2 m_2 | \Lambda_a M_a) Y_{\Lambda_a M_a}(\hat{r}')$$

in (D.9a) zweimal und in (D.9b) einmal und bedenken wir die Orthogonalität der sphärischen Kugelfunktionen, so erhalten wir für die Integrale (D.9a) und (D.9b):

$$\frac{1}{4\pi} \sum_{\Lambda_a M_a} i^{\lambda_1' + \ell_2 + k - \ell_b} \frac{\hat{\lambda}_1' \hat{\ell}_2^k}{\hat{\ell}_b} (\lambda_1' 0 \ell_2 0 | \Lambda_a 0) (\Lambda_a 0 k 0 | \ell_b 0) \quad (D.11a)$$

$$(\lambda_1' \mu_1' \ell_2 m_2 | \Lambda_a M_a) (\Lambda_a M_a k q | \ell_b m_b)$$

bzw.

$$(-)^{k+q} i^{\lambda_1 + k - \ell_a} \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \frac{\hat{\lambda}_1^k}{\hat{\ell}_a} (\lambda_1 0 k 0 | \ell_a 0) (\lambda_1 \mu_1 k - q | \ell_a m_a) \quad (D.11b)$$

Die Clebsch-Gordon-Koeffizienten lassen sich aufsummieren zu:

$$\sum_{\substack{m_a m_b \\ m_1 m_2 \\ \mu_1, \mu_1' \\ M_a, q}} (\ell_a m_a \ell_b m_b | \ell - m) (-)^{k+q} (\lambda_1 \mu_1 k - q | \ell_a m_a) (\Lambda_a M_a k q | \ell_b m_b) \quad (D.12)$$

$$\begin{aligned}
 & (\ell_1 m_1 \ell_2 m_2 | \ell - m) (\lambda_1 \mu_1 \lambda_1' \mu_1' | \ell_1 m_1) (\lambda_1' \mu_1' \ell_2 m_2 | \Lambda_a M_a) \\
 & = \hat{\ell}_b \hat{\ell}_a \hat{\ell}_1 \hat{\Lambda}_a (-)^{\ell_1 + \ell_a - \lambda_1' - k} W(\lambda_1 \ell_a \Lambda_a \ell_b, k \ell) W(\lambda_1 \ell_1 \Lambda_a \ell_2, \lambda_1' \ell)
 \end{aligned}$$

Unter Berücksichtigung von (D.4), (D.6), (D.7), (D.11a), (D.11b) und (D.12) ergibt sich für (D.3):

$$F_{\ell, \ell_a \ell_b}^{n_1 \ell_1 n_2 \ell_2} (r, r') = \frac{1}{2} \int i^{\ell_1 + \ell_2 + \ell_a + \ell_b} (-)^k \hat{\lambda}_1' \hat{\lambda}_1 \hat{\ell}_1 \hat{\ell}_2 \hat{\ell}_a \hat{\ell}_b \hat{\Lambda}_a \quad (D.13)$$

$$\delta_{\lambda_1 + \lambda_1', \ell_1} \left[\frac{(2\ell_1 + 1)!}{(2\lambda_1 + 1)!(2\lambda_1' + 1)!} \right]^{\frac{1}{2}} (\lambda_1' 0 \ell_2 0 | \Lambda_a 0)$$

$$(\Lambda_a 0 \ell_b 0 | k 0) (\lambda_1 0 \ell_a 0 | k 0) W(\ell_1 \ell_2 \lambda_1 \Lambda_a; \ell \lambda_1') W(\ell_a \ell_b \lambda_1 \Lambda_a; \ell k)$$

$$r^{\lambda_1}_{r'} r^{\lambda_1'}_{r'} r^{\ell_2}_{r'} w_{n_2 \ell_2} (r') G_k (r, r')$$

Anhang E

Die Drehimpulskopplung bei der Berechnung der Nichtorthogonalitätsterme

Die Clebsch-Gordon-Koeffizienten aus (3.3) lassen sich wie folgt zusammenfassen:

$$\begin{aligned}
 & \sum (-)^{s_b - m_b} (s_c m_c s_b - m_b | S_2 M_{S_2}) (L_2 M_{L_2} S_2 M_{S_2} | J_2 M_{J_2}) \\
 & \times (-)^{s_c - m_c} (s_a m_a s_c - m_c | S_1 M_{S_1}) (L_1 M_{L_1} S_1 M_{S_1} | J_1 M_{J_1}) \\
 & \times (I_c M_c J_2 M_{J_2} | I_B M_B) (I_A M_A J_1 M_{J_1} | I_C M_C) \\
 & = \sum (-)^{S_1 + S_2 - S} \frac{\hat{S}_2 \hat{S}_1}{\hat{s}_c \hat{s}_a} (s_b m_b S_2 M_{S_2} | s_c m_c) (s_c m_c S_1 M_{S_1} | s_a m_a) \\
 & (S_2 M_{S_2} S_1 M_{S_1} | S M_S) (S_1 M_{S_1} S_2 M_{S_2} | S M_S) (I_A M_A J_1 M_{J_1} | I_C M_C) \\
 & (I_C M_C J_2 M_{J_2} | I_B M_B) (J_1 M_{J_1} J_2 M_{J_2} | J M) (J_1 M_{J_1} J_2 M_{J_2} | J M) \\
 & (L_1 M_{L_1} S_1 M_{S_1} | J_1 M_{J_1}) (L_2 M_{L_2} S_2 M_{S_2} | J_2 M_{J_2}) (L M_L S M_S | J M) \\
 & (L M_L S M_S | J M) (-)^{L_1 + L_2 - L} (L_1 M_{L_1} L_2 M_{L_2} | L M_L) \\
 & (L_1 - M_{L_1} L_2 - M_{L_2} | L - M_L) \\
 & = \sum (I_A M_A J M | I_B M_B) (L M_L S M_S | J M) (L_1 - M_{L_1} L_2 - M_{L_2} | L - M_L)
 \end{aligned}$$

$$(-)^{s_b - m_b} (s_a m_a s_b - m_b | SM_S) (-)^{S_1 - S_2 - S + L_1 + L_2 - L} \hat{s}_1 \hat{s}_2 \hat{j}_1 \hat{j}_2 \hat{L} \hat{S}$$

$$\hat{j} \hat{I}_C W(s_a S_1 s_b S_2; s_c S) W(I_A J_1 I_B J_2 I_C J) \left\{ \begin{matrix} L_1 S_1 J_1 \\ L_2 S_2 J_2 \\ L S J \end{matrix} \right\}$$

Literaturverzeichnis

- 1) N. Austern, Direct Nuclear Reaction Theories, Wiley Interscience, New York, 1970
- 2) P.E. Hodgson, Nuclear Reactions and Nuclear Structure, Clarendon Press, Oxford, 1971
- 3) N. Austern, Phys. Rev. 133 (1964) B3
- 4) G.R. Satchler, Nucl. Phys. 55 (1964) 1
G.R. Satchler, Nucl. Phys. 77 (1966) 481
- 5) K.R. Greider, L.R. Dodd, Phys. Rev. 146 (1966) 671
- 6) T. Tamura, Rev. Mod. Phys. 37 (1965) 679
- 7) D. Braunschweig, T. Tamura, T. Udagawa, Phys. Lett. 35 B (1971) 273
- 8) T. Tamura, D.R. Bes, R.A. Broglia, S. Landowne, Phys. Rev. Lett. 25 (1970) 1507; Phys. Rev. Lett. 26 (1971) 156
- 9) V.A. Madsen, M.J. Stomp, V.R. Brown, J.D. Anderson, Luisa Hansen, C. Wong, J.J. Wesolowski, Phys. Rev. Lett. 28 (1972) 629
- 10) R.J. Ascuitto, N.K. Glendenning, B. Sorensen, Nucl. Phys. A 183 (1972) 60
- 11) T. Udagawa, Phys. Rev. C 9 (1974) 270
- 12) S.K. Penny, G.R. Satchler, Nucl. Phys. 53 (1964) 145
- 13) R.J. Ascuitto, N.R. Glendenning, Phys. Rev. 181 (1969) 1396;
R.J. Ascuitto, N.R. Glendenning, Phys. Rev. C 2 (1970) 1260
- 14) N.B. de Takacsy, Phys. Rev. Lett. 31 (1973) 1067
N.B. de Takacsy, Phys. Lett. 42 B (1972) 1
- 15) T. Kammuri, Phys. Lett. 51 B (1974) 442
- 16) M. Toyama, Phys. Lett. 38 B (1972) 147;
M. Toyama, Nucl. Phys. A 211 (1973) 254
- 17) R. Schaeffer, G.F. Bertsch, Phys. Lett. 38 B (1972) 159

- 18) W.R. Coker, T. Udagawa, H.H. Wolter, Phys. Lett. 41 B (1972) 237; Phys. Rev. C 7 (1973) 1154
- 19) T. Omura, B. Imanishi, M. Ichimara, M. Kawai, Progr. Theor. Phys. (Kyoto) 44 (1970) 1242
- 20) L.J.B. Goldfarb, K. Takeuchi, Nucl. Phys. A 181 (1972) 609
- 21) A. Stamp, Nucl. Phys. 83 (1969) 232
- 22) R.J. Ascuitto, N.K. Glendenning, B. Sorensen, Nucl. Phys. A 170 (1971) 65
- 23) A.M. Lane, Nucl. Phys. 35 (1962) 676; Phys. Rev. Lett. 8 (1962) 171
- 24) G.R. Satchler, R.M. Drisko, R.H. Bassel, Phys. Rev. 136 (1964) B 637
- 25) J.D. Anderson, C. Wong, J.W. McClure, B.D. Walker, Phys. Rev. 136 (1964) B 118
- 26) C.D. Goodman, J.D. Anderson, C. Wong, Phys. Rev. 156 (1967) 1249
- 27) V.A. Madsen, Nucl. Phys. 80 (1966) 177
- 28) J.D. Anderson, S.D. Bloom, C. Wong, W.F. Hornyak, V.A. Madsen, Phys. Rev. 177 (1969) 1416
- 29) P. Kossanyi-Demay, P. Roussel, H. Faraggi, R. Schaeffer, Nucl. Phys. A 148 (1970) 181
- 30) R. Schaeffer, Nucl. Phys. A 164 (1971) 145
- 31) R.A. Hinrichs, G.F. Tentelmann, Phys. Rev. C 4 (1971) 2079
- 32) W.R. Wharton, P.T. Debevec, Phys. Rev. C 11 (1975) 1963
- 33) H.H. Duhm, H. Hafner, R. Renfordt, M. Goldschmidt, O. Dragun, K.I. Kubo, Phys. Lett 48 B (1974) 1
- 34) K.I. Kubo, Nucl. Phys. A 246 (1975) 246
- 35) C. Gaarde, T. Kammuri, Nucl. Phys. A 121 (1974) 238
- 36) V.I. Chuev, V.V. Davydov, V.I. Manko, B.G. Novatsky, S.B. Sakuta, D.N. Steponov, Phys. Lett. 31 B (1970) 624
K. Nagatani, D.P. Boyd, P.E. Donovan, E. Beardsworth, P.A. Assimakoponlos, Phys. Rev. Lett. 24 (1970) 675

- 37) C.F. Clement, S.M. Perez, Nucl. Phys. A 196 (1972) 561;
C. Gaarde, T. Kammuri, Nucl. Phys. A 215 (1973) 314
- 38) C. Gaarde, T. Kammuri, F. Osterfeld, Nucl. Phys. A 222
(1974) 579
- 39) H.H. Duhm, N. Ueta, W. Heinecke, H. Hafner, H. Homeyer,
Phys. Lett 38 B (1972) 306
- 40) T. Tamura, Phys. Reports 14 C (1974) 61
- 41) A.J. Baltz, S. Kahana, Phys. Rev. C 9 (1974) 2243
- 42) T. Udagawa, H.H. Wolter, W.R. Coker, Phys. Rev. Lett. 31
(1973) 1507
- 43) R.N. Singh, N. De Takacsy, S.I. Hayakawa, R.L. Huston,
J.J. Kraushaar, Nucl. Phys. A 205 (1973) 97
- 44) U. Götze, M. Ichimura, R.A. Broglia, A. Winther, Phys. Rep.
3 (1975) 115
- 45) M.L. Goldberger, K.M. Watson, "Collision Theory", John
Wiley & Sons, New York, 1964, S. 194-200
- 46) T. Udagawa, Finite Range CRC-Code, unpublished
- 47) A. Messiah, "Quantum Mechanics", North-Holland Publ. Comp.,
Amsterdam, 1970, Vol. I
- 48) G.R. Satchler, Nucl. Phys. A 95 (1967) 1
- 49) K.A. Amos, V.A. Madsen, I.E. McCarthy, Nucl. Phys. A 94
(1967) 103
- 50) W.G. Love, G.R. Satchler, Nucl. Phys. A 156 (1970) 1
- 51) H.V. Geramb, K.A. Amos, Nucl. Phys. A 103 (1971) 337
- 52) R. Schaeffer, Nucl. Phys. A 158 (1970) 321
- 53) A. de Shalit, I. Talmi, "Nuclear Shell Theory", Academic
press, New York, 1963
- 54) G.C. Ball, J. Cerny, Phys. Rev. 177 (1969) 1466
- 55) R.H. Bassel, Phys. Rev. 149 (1966) 791
- 56) S. Cohen, D. Kurath, Nucl. Phys. A 101 (1967) 1

- 57) A. Richter, J.R. Comfort, N. Anantaraman, J.P. Schiffer, Phys. Rev. C 5 (1972) 821
- 58) G. Bruge, A. Bussiere, H. Faraggi, P. Kossanyi-Demay, J.M. Loiseause, P. Roussel, L. Valentin, Nucl. Phys. A 129 (1969) 417
- 59) C.M. Fou, R.W. Zurmühle, Nucl. Phys. A 129 (1969) 138
- 60) J.L. Yntema, Phys. Rev. 186 (1969) 1144
- 61) D. Schmitt, R. Santo, Z. Physik 233 (1970) 114
- 62) D.D. Armstrong, A.G. Blair, Phys. Lett. 10 (1964) 204
- 63) R. Schaeffer, N.K. Glendenning, Nucl. Phys. A 207 (1973) 321
- 64) N.B. de Takacsy, Phys. Lett. 42 B (1972) 1
- 65) A. Bohr, B. Mottelson, "Nuclear Structure", W.A. Benjamin, inc., New York, 1969
- 66) J.M. Blatt, J.D. Jackson, Phys. Rev. 76 (1949) 18
- 67) W.G. Love, Particles and Nuclei 3, (1972) 318
- 68) P. Schumacher, N. Ueta, H.H. Duhm, K.I. Kubo, W.J. Klages, Nucl. Phys. A 212 (1973) 573
- 69) S. Low, T. Tamura, Phys. Rev. C 11 (1975) 789;
T. Tamura, K.S. Low, COMP, Phys. COMMUN 8 (1974) 349
- 70) F. Osterfeld, T. Udagawa, H.H. Wolter, zur Veröffentlichung
- 71) F. Osterfeld, H.H. Wolter, wird in Phys. Lett. B veröffentlicht
- 72) Edmonds, "Drehimpulse in der Quantenmechanik BI 83/53a, Mannheim
- 73) H. Horie, K. Sasaki, Progress of Theor. Phys. 25 (1961) 475
- 74) R. Stock, R. Bock, P. David, H.H. Duhm, T. Tamura, Nucl. Phys. A 104 (1967) 136
- 75) F.D. Becchetti, G.W. Greenless, in "Polarization of Phenomena in Nuclear Reaction", edited by H.H. Barschall und W. Haeberli (University of Wisconsin Press, Madison, 1971) S. 682

- 76) K. Bethge, C.M. Fou, R.W. Zurmühle, Nucl. Phys. A 123
(1969) 521
- 77) F. Osterfeld, Diplomarbeit, Münster 1973, unveröffentlicht.

Tabellenbeschreibung

Tabelle I Zero-range-Konstanten und spektroskopische Amplituden für die Einnukleontransferreaktionen ($^3\text{He}, \alpha$), (α, t), ($^3\text{He}, d$) und (d, t). Die spektroskopischen Amplituden sind definiert durch

$$\begin{aligned} \langle s_b m_b | \begin{matrix} C_{sm_s}^+ \\ \widetilde{C_{sm_s}} \end{matrix} | s_a m_a \rangle = \\ = (-)^{s_b - m_b} (s_a m_a s_b - m_b \quad sm_s) \frac{1}{\hat{s}} \langle s_b | \begin{matrix} C_s^+ \\ \widetilde{C_s} \end{matrix} | s_a \rangle \end{aligned}$$

Tabelle II Spektroskopische Amplituden von Cohen und Kurath⁵⁶⁾, die bei der ($^6\text{Li}, ^6\text{He}$)-Reaktionen benutzt werden. Hier sind die spektroskopischen Amplituden definiert durch $\left[S(IT\alpha, I_O T_O \alpha_O, j) \right]^{\frac{1}{2}} = \sqrt{n} \langle IT\alpha | I_O T_O \alpha_O j \rangle$. Die Amplituden, die durch ^{+) gekennzeichnet sind, wurden im LS-Kopplungs-limit berechnet.}

Tabelle III Spektroskopische Amplituden für die verschiedenen Targetsysteme. Die spektroskopischen Amplituden sind definiert durch

$$\langle I_B | \begin{matrix} C_j^+ \\ \widetilde{C_j} \end{matrix} | I_A \rangle = \hat{I}_B \sum_{M_A, M_B} (I_A^{M_A} j m_j | I_B^{M_B}) \langle I_B^{M_B} | \begin{matrix} C_j^+ \\ \widetilde{C_j} \end{matrix} | I_A^{M_A} \rangle$$

Tabelle IV Optische Parameter, die in den ($^3\text{He}, t$)- und ($^6\text{Li}, ^6\text{He}$)-Rechnungen benutzt werden.

Tabelle I

Reaktion (a,b)	Do [$\times 10^2$ MeV fm $^{3/2}$]	$\hat{s}^{-1} \langle sa \begin{vmatrix} C_s^+ \\ C_s \end{vmatrix} sb \rangle$
(t,d)	-1.836	$-(3/2)^{1/2}$
(d,t)	-1.836	$(3/2)^{1/2}$
(^3He ,d)	-1.728	$-(3/2)^{1/2}$
(d, ^3He)	-1.728	$-(3/2)^{1/2}$
(^3He , α)	-4.796	1
(α ,t)	-4.796	1

Tabelle III

Prozeß	$\langle B \left \begin{smallmatrix} C^+ \\ C \end{smallmatrix} \right \begin{smallmatrix} l s j \\ l s j \end{smallmatrix} A \rangle$
$^{48}\text{Ca}(0^+) \rightarrow ^{47}\text{Ca}(7/2^-)$	$\sqrt{8}$
$^{47}\text{Ca}(7/2^-) \rightarrow ^{48}\text{Sc}(J^+)$	$- (-)^J \hat{j}$
$^{48}\text{Ca}(0^+) \rightarrow ^{49}\text{Sc}(7/2^-)$	$\sqrt{8}$
$^{49}\text{Sc}(7/2^-) \rightarrow ^{48}\text{Sc}(J^+)$	$- (-)^J \hat{j}$
$^{26}\text{Mg}(0^+) \rightarrow ^{25}\text{Mg}(5/2^-)$	$\sqrt{2/3} \hat{j} \sqrt{1+1/\hat{j}^2}$
$^{26}\text{Mg}(0^+) \rightarrow ^{27}\text{Al}(5/2^-)$	$\sqrt{2}$
$^{25}\text{Mg}(j^-) \rightarrow ^{26}\text{Al}(J=0^+, T=1)$	$\sqrt{2} [1+1/\hat{j}^2]^{1/2}$
$^{25}\text{Mg}(j^-) \rightarrow ^{26}\text{Al}(J^\pi=0^+, T=0)$	$\hat{j}_B \sqrt{2} [1+1/\hat{j}^2]$
$^{27}\text{Al}(j^-) \rightarrow ^{26}\text{Al}(J=0^+, T=1)$	-1.0
$^{27}\text{Al}(j^-) \rightarrow ^{26}\text{Al}(J \neq 0, T=0)$	$-\hat{j}_B$

Tabelle II

Kern	E_x [MeV]	$[J^\pi, T]$	Fragmentation	\sqrt{n} CFP
${}^7\text{Li}$	g.s.	$3/2^-, 1/2$	${}^6\text{He}_{\text{g.s.}} + p$ ${}^6\text{Li}_{\text{g.s.}} + n$	$p_{3/2}: -0.943$ $p_{3/2}: 0.657$ $p_{1/2}: 0.538$
${}^7\text{Li}$	0.48	$1/2^-, 1/2$	${}^6\text{He} + p$ ${}^6\text{Li} + n$	$p_{1/2}: ^+)0.91$ $p_{3/2}: 0.924$ $p_{1/2}: 0.196$
${}^6\text{Li}$	g.s.	$3/2^-, 1/2$	${}^5\text{He} + p$	$p_{3/2}: 0.797$ $p_{1/2}: -0.82$
${}^6\text{Li}$	~ 4.0	$1/2^-, 1/2$	${}^5\text{He} + p$	$p_{3/2}: 0.82$ $p_{1/2}: 0.128$
${}^6\text{He}$	g.s.	$3/2^-, 1/2$	${}^5\text{He} + n$	$p_{3/2}: 1.15^+)$
${}^6\text{He}$	~ 4.0	$1/2^-, 1/2$	${}^5\text{He} + n$	$p_{1/2}: 0.82^+)$

Tabelle IV
Optische Parameter

Kanal	V_o [MeV]	r_{ov} [fm]	a_R [fm]	r_c [fm]	W_o [MeV]	W_D [MeV]	V_{so} [MeV]	r_{oI} [fm]	a_I [fm]	Ref.
$d+^{49}\text{Sc}$	112	0.974	0.912	1.3	0	18.3	6	1.439	0.6	55)
$\alpha+^{47}\text{Ca}$	183.7	1.4	0.56	1.4	26.0	0	0	1.48	0.56	74)
$t+^{48}\text{Sc}$	161.5	1.2	0.72	1.3	21.8	0	0	1.4	0.56	75)
$^3\text{He}+^{48}\text{Ca}$	156.2	1.2	0.72	1.3	26.8	0	0	1.4	0.56	75)
$^6\text{Li}+A^+)$	161.9	1.21	0.80	1.3	17.3	0	0	1.85	0.89	68)
$^7\text{Li}+^{25}\text{Mg}$	177.3	1.21	0.775	1.3	9.4	0	0	2.1	0.848	68)
$^5\text{He}+C^+)$	161.9	1.21	0.8	1.3	17.3	0	0	1.85	0.89	68)
$^7\text{Li}+^{48}\text{Ca}$	173.0	1.56	0.62	1.25	20.7	0	0	1.08	0.97	75)
Bound-state V ⁺⁺)		1.25	0.65	1.25	0	0	25	0	0	

+) $A = ^{26}\text{Mg}, ^{48}\text{Ca}$; $C = ^{27}\text{Al}, ^{49}\text{Sc}$

++) V wird von Separationsenergie des letzten Nukleons bestimmt.

Figurenlegende

- Fig. 1: Differentielle Streuquerschnitte für die Einnukleon-transferreaktionen $^{48}\text{Ca}(^3\text{He},\alpha)^{47}\text{Ca}_{\text{g.s.}}$ (Fig. 1a), $^{48}\text{Ca}(^3\text{He},d)^{49}\text{Sc}_{\text{g.s.}}$ (Fig. 1b) und $^{48}\text{Ca}(d,t)^{47}\text{Ca}_{\text{g.s.}}$ (Fig. 1c). Die theoretischen Kurven sind mit den spektroskopischen Amplituden in Tabelle I und II und mit den optischen Parametern in Tabelle IV berechnet worden.
- Fig. 2: Differentielle Streuquerschnitte für die $^{48}\text{Ca}(^3\text{He},t)^{48}\text{Sc}$ -Reaktion. In Fig. 2a zeigen wir für die natürlichen Paritätszustände die Beiträge der Zentralkraft (central), des Nichtorthogonalitätstermes (NO) sowie deren Interferenz (central+NO). In Fig. 2b zeigen wir die gleichen Kurven zusammen mit dem Beitrag der Tensorkraft (tensor) für die unnatürlichen Paritätszustände.
- Fig. 3: Differentielle Streuquerschnitte für die $^{48}\text{Ca}(^3\text{He},t)^{48}\text{Sc}$ -Reaktion. In Fig. 3a zeigen wir für die natürlichen Paritätszustände den Beitrag zum Streuquerschnitt, den die Zweischrittprozesse $^{48}\text{Ca}(^3\text{He},\alpha)^{47}\text{Ca}(\alpha,t)^{48}\text{Sc}$ und $^{48}\text{Ca}(^3\text{He},d)^{49}\text{Sc}(d,t)^{48}\text{Sc}$ bei Vernachlässigung der NO-Terme liefern (2-step). Daneben zeigen wir reine Interferenz mit dem Beitrag der Zentralkraft (2-step+central) und die Interferenz aller möglichen Beiträge (2step+central+NO). Das gleiche gilt für die unnatür-

lichen Paritätszustände. Hier ist lediglich bei der Summe aller Beiträge auch der Beitrag der Tensorkraft berücksichtigt.

Fig. 4: Vergleich der Endresultate mit den experimentellen Daten für die $^{48}\text{Ca}(^3\text{He},t)^{48}\text{Sc}$ -Reaktion bei einer Einschußenergie von 23 MeV. Die Rechnungen enthalten den direkten Prozeß mit Zentral- und Tensorkräften und die Zweischrittprozesse $^{48}\text{Ca}(^3\text{He},\alpha)^{47}\text{Ca}_{\text{g.s.}}(\alpha,t)^{48}\text{Sc}$ und $^{48}\text{Ca}(^3\text{He},d)^{49}\text{Sc}_{\text{g.s.}}(d,t)^{48}\text{Sc}$ einschließlich der Nichtorthogonalitätseffekte.

Fig. 5: Vergleich von Theorie und Experiment für die $^{48}\text{Ca}(^3\text{He},t)^{48}\text{Sc}$ -Reaktion bei einer Einschußenergie von 30 MeV. Die theoretischen Kurven sind in Fig. 4 erklärt.

Fig. 6: Im oberen Teil (Fig. 6a, 6b) sind die differentiellen Streuquerschnitte für die Einnukleontransferreaktionen $^{48}\text{Ca}(^6\text{Li},^7\text{Li}_{\text{g.s.}})^{47}\text{Ca}_{\text{g.s.}}$ und $^{48}\text{Ca}(^6\text{Li},^5\text{He}_{\text{g.s.}})^{49}\text{Sc}_{\text{g.s.}}$ dargestellt, die jeweils als erster Schritt bei den Zweischrittprozessen $^{48}\text{Ca}(^6\text{Li},^7\text{Li})^{47}\text{Ca}(^7\text{Li},^6\text{He})^{48}\text{Sc}$ und $^{48}\text{Ca}(^6\text{Li},^5\text{He})^{49}\text{Sc}_{\text{g.s.}}(^5\text{He},^6\text{He})^{48}\text{Sc}$ auftreten. Wir vergleichen die Resultate in der Post- und Prior-Darstellung der T-Matrix, und zwar sowohl in exakter finite-range- als auch in der no-recoil-Näherung. Im unteren Teil (Fig. 6c) wird die Bedeutung der Nichtorthogonalitätsterme für den Zweischrittprozess mit

intermediärem ${}^5\text{He}$ -Kanal untersucht. Wir zeigen die Streuquerschnitte des Zweischrittprozesses in der Post-Prior- und Prior-Post-Darstellung, den Beitrag des Nichtorthogonalitätstermes und die Summe aus Post-Prior- und NO-Beitrag.

Fig. 7: Kopplungsschema für die Analyse der ${}^{48}\text{Ca}({}^6\text{Li}, {}^6\text{He}) {}^{48}\text{Sc}(J^\pi)$ -Reaktionen.

Fig. 8: Differentielle Streuquerschnitte für die ${}^{48}\text{Ca}({}^6\text{Li}, {}^6\text{He}) {}^{48}\text{Sc}$ -Reaktion bei einer Einschußenergie von 34 MeV. Die theoretischen Kurven sind unter Annahme eines direkten Reaktionsprozesses mit $\sigma\sigma\pi\pi$ -Zentralkraft und $\pi\pi$ -Tensorkraft berechnet. Die Potentialstärken sind $V_{11} = V_{11}^{\text{Tens}} = 10$ MeV und die Reichweite des Gauß-potentials ist $\beta = 1.5$ fm.

Fig. 9: Differentielle Streuquerschnitte der ${}^{48}\text{Ca}({}^6\text{Li}, {}^6\text{He}) {}^{48}\text{Sc}$ -Reaktion ($E_{\text{inc}} = 34$ MeV) für die unnatürlichen Paritätszustände von ${}^{48}\text{Sc}$. Theoretische Resultate werden für den direkten Reaktionsmechanismus (direct) und für die Summe aus dem direkten und dem Zweischrittmechanismus mit intermediärem ${}^7\text{Li}$ - und ${}^5\text{He}$ -Kanal gezeigt (direct+2-step). Für den 5^+ -Zustand geben wir den Zweischritt-Beitrag auch allein an. Der 2^+ - und 7^+ -Zustand wurde experimentell nicht aufgelöst.

Fig. 10: Differentielle Streuquerschnitte für die $^{48}\text{Ca}(^6\text{Li}, ^6\text{He})^{48}\text{Sc}(J^\pi)$ Reaktionen, die zu den natürlichen Paritätszuständen führen. In diesem Falle tragen nur die Zweischrittprozesse zum Streuquerschnitt bei, und ihre Resultate werden in der durchgezogenen Kurve gezeigt. Für den 6^+ -Zustand geben wir die Beiträge der Zweischrittprozesse mit intermediärem ^7Li - und ^5He -Kanal getrennt an. Bezüglich der Daten des 2^+ -Zustandes siehe Fig. 9.

Fig. 11: Differentielle Streuquerschnitte für die $^{26}\text{Mg}(^6\text{Li}, ^6\text{He})^{26}\text{Al}$ -Reaktionen bei einer Einschußenergie von 32 MeV. Die theoretischen Rechnungen zeigen die Endresultate bei Berücksichtigung des direkten Prozesses mit Zentral- und Tensorkräften und der Zweischrittprozesse $^{26}\text{Mg}(^6\text{Li}, ^7\text{Li})^{25}\text{Mg}_{\text{g.s.}}(^7\text{Li}, ^6\text{He})^{26}\text{Al}$ und $^{26}\text{Mg}(^6\text{Li}, ^5\text{He})^{27}\text{Al}_{\text{g.s.}}(^5\text{He}, ^6\text{He})^{26}\text{Al}$. Der direkte Prozeß ist mit Potentialstärken $V_{11} = V_{11}^{\text{Tens}} = 26$ MeV für den 1^+ -Zustand und mit Potentialstärken von 30 MeV und 17 MeV für den 3^+ - und 5^+ -Zustand berechnet worden. Im Falle des 5^+ -Zustandes geben wir auch den Beitrag des Zweischrittprozesses getrennt an.

Fig. 12: Differentielle Streuquerschnitte für die $^{26}\text{Mg}(^6\text{Li}, ^6\text{He})^{26}\text{Al}(0^+)$ -Reaktion. Die theoretischen Kurven zeigen den Zweischrittprozeß mit intermediärem ^5He -Kanal (gestrichelt-punktierte Kurve), mit intermediärem ^7Li -Kanal (gestrichelte Kurve) und die Summe von beiden (durchgezogene Kurve).

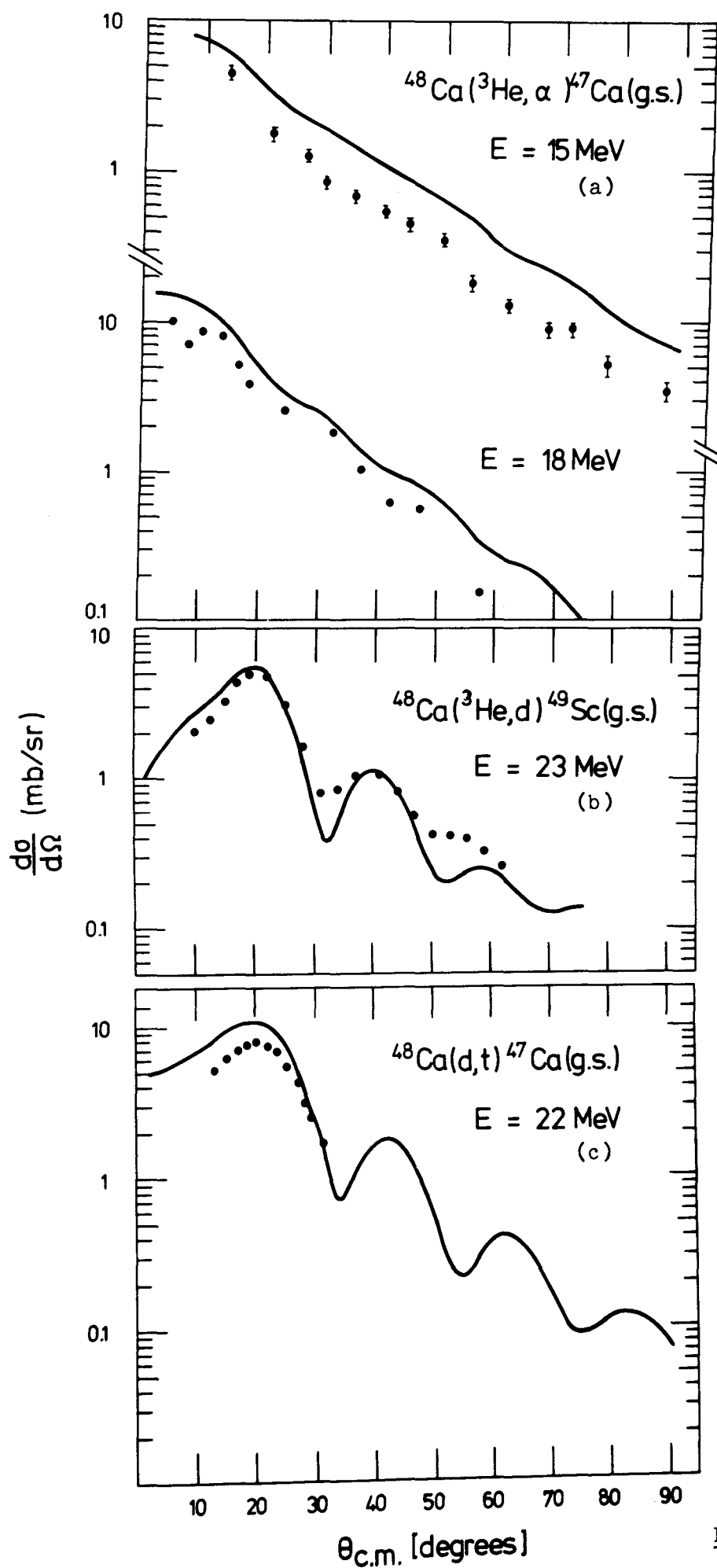


Fig. 1

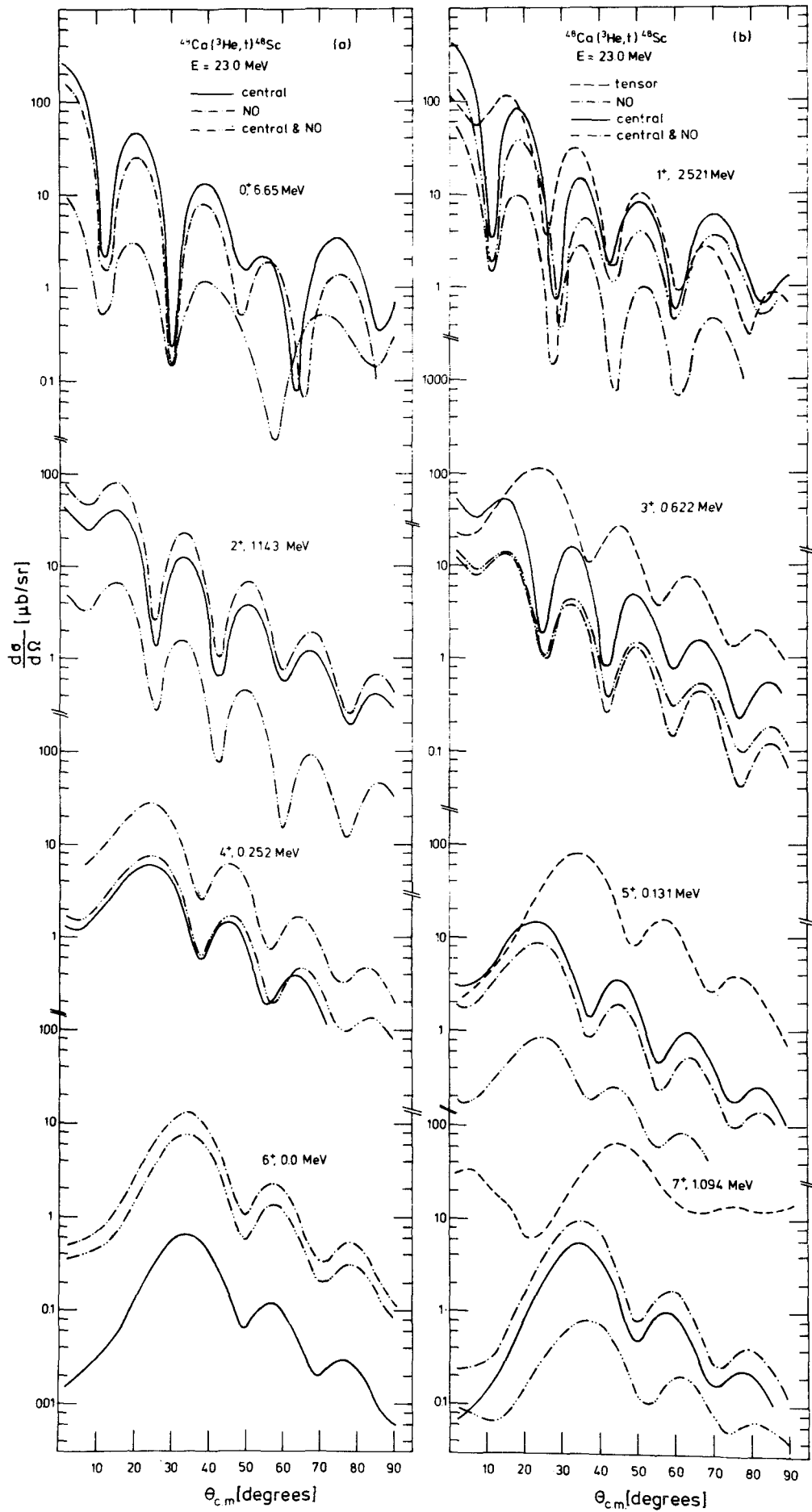


Fig. 2

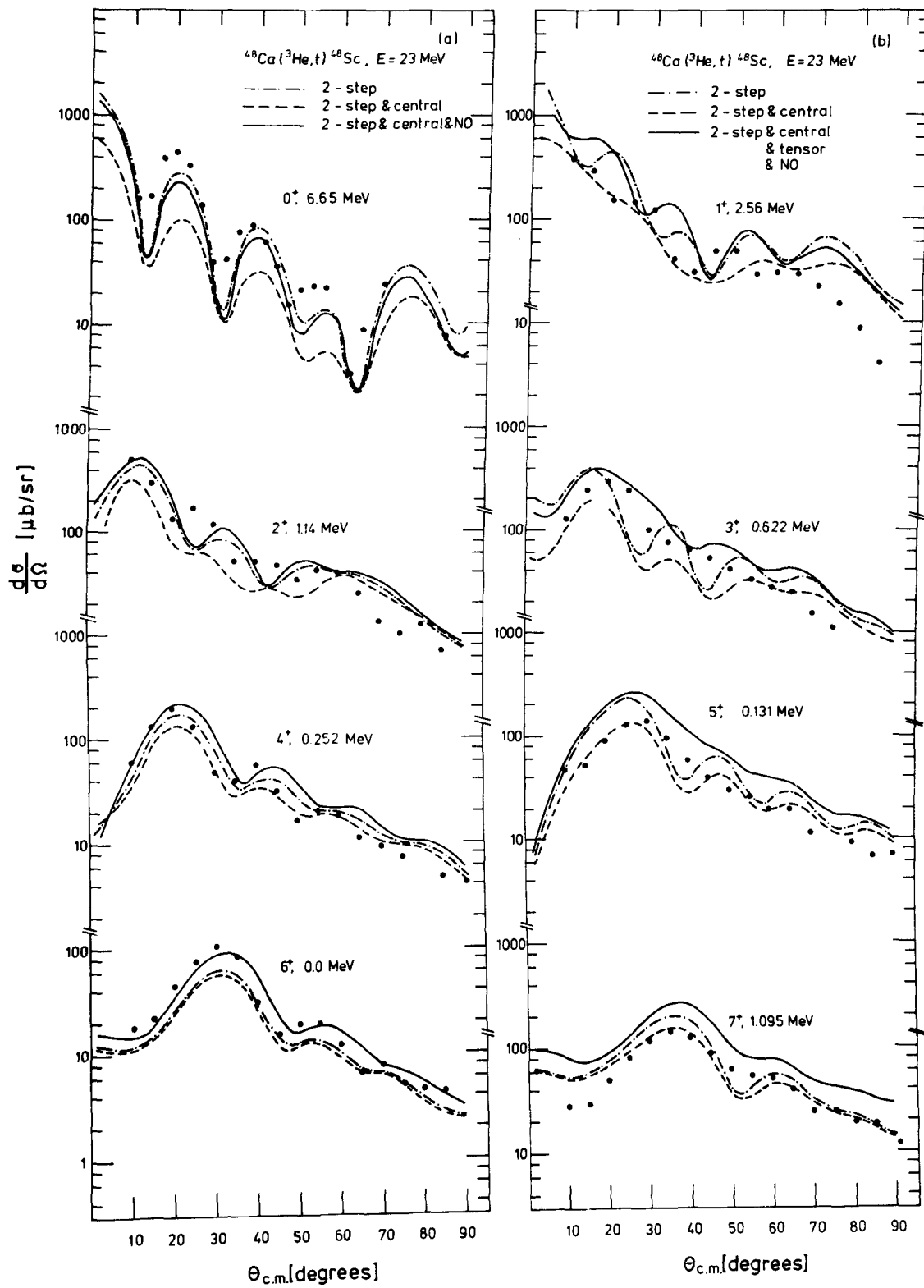


Fig. 3

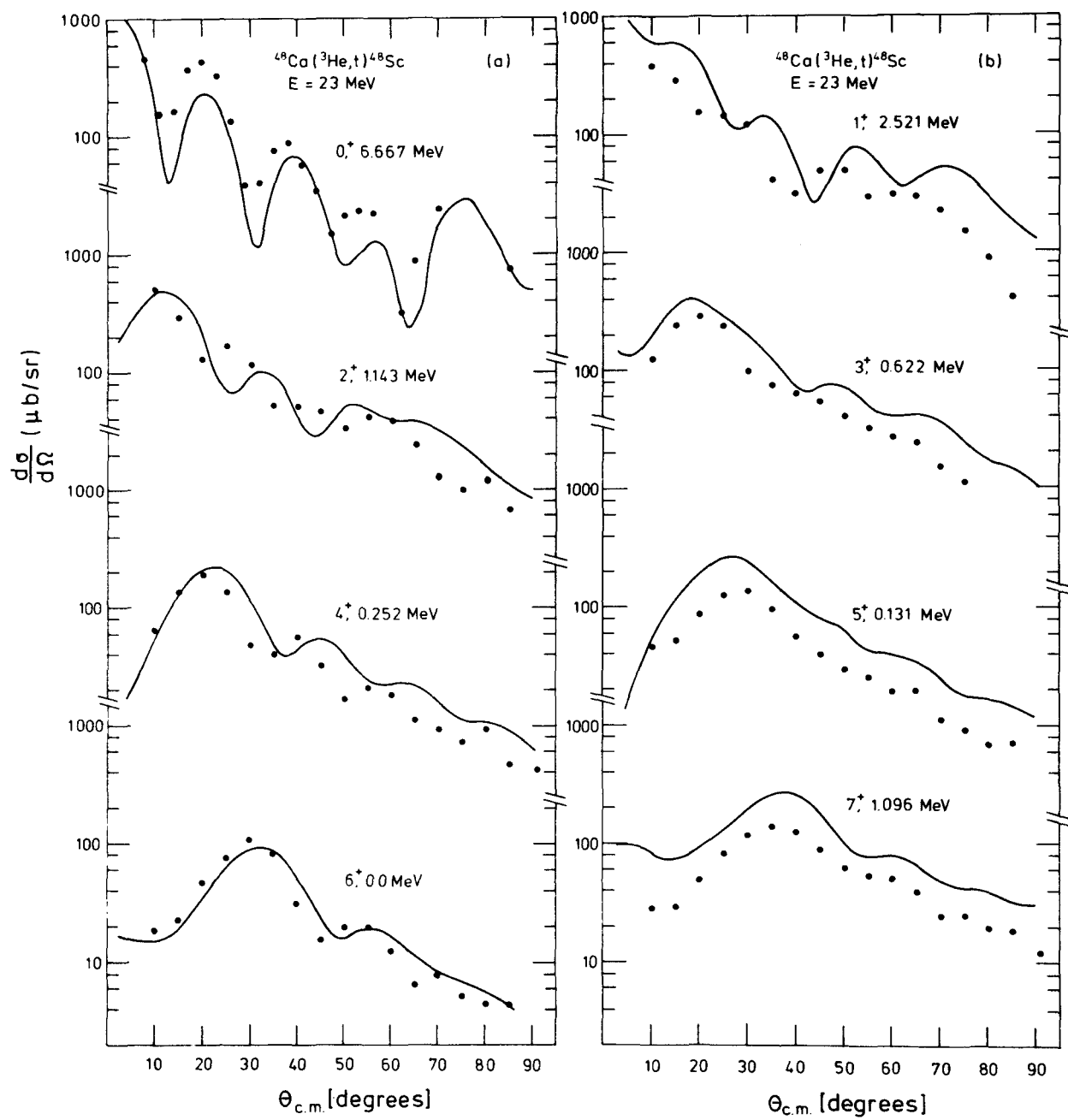


Fig. 4

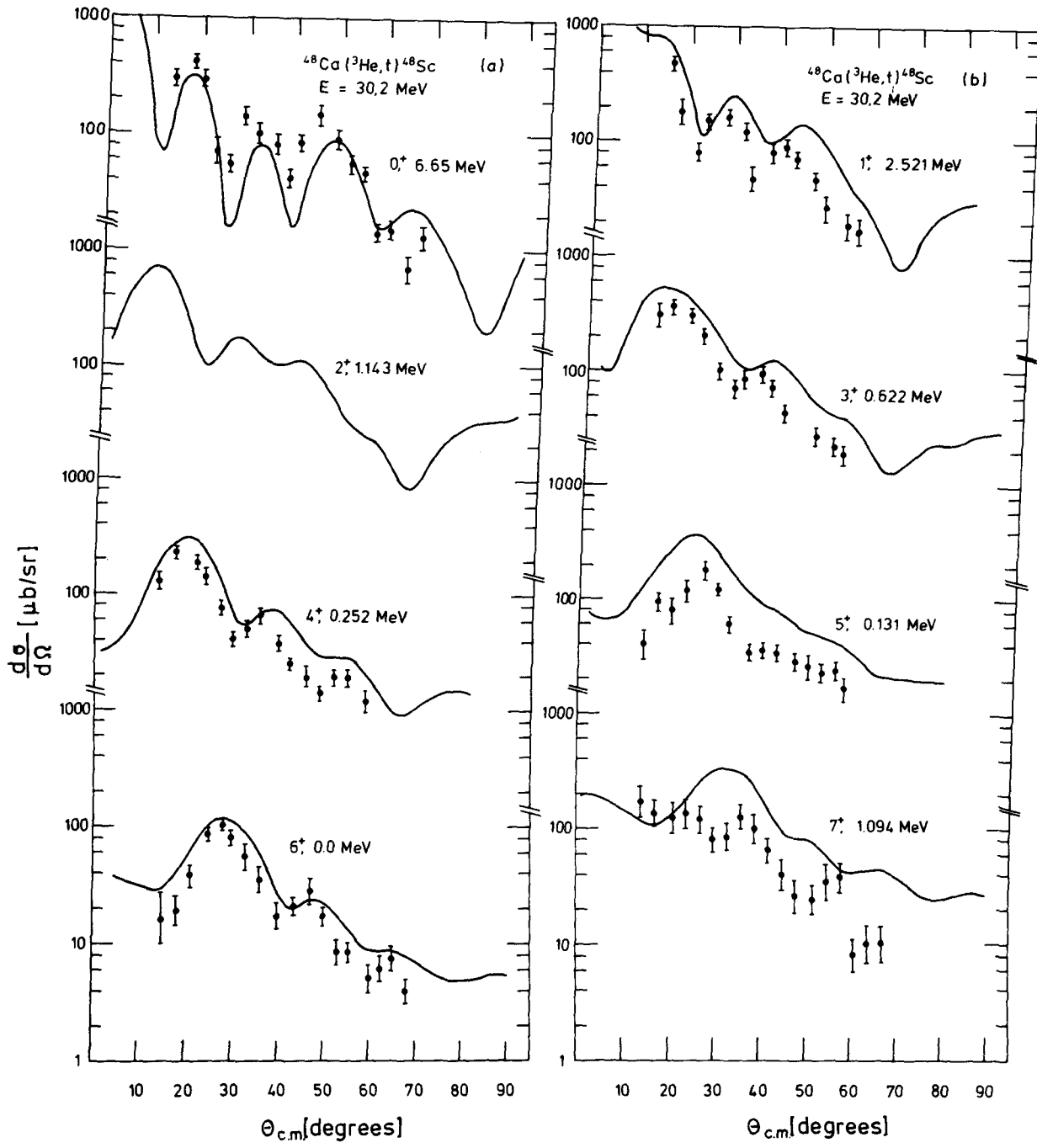


Fig. 5

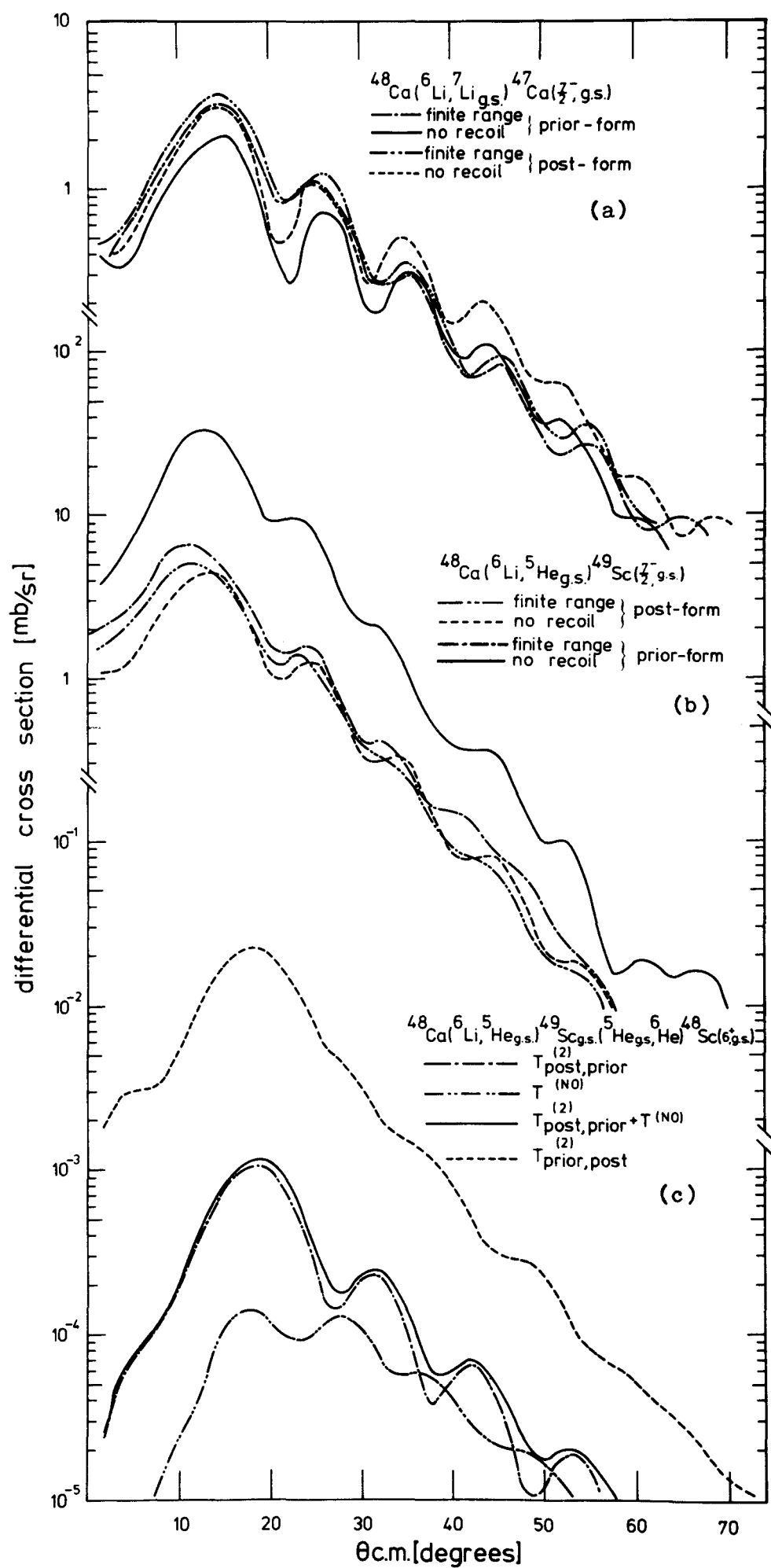


Fig. 6

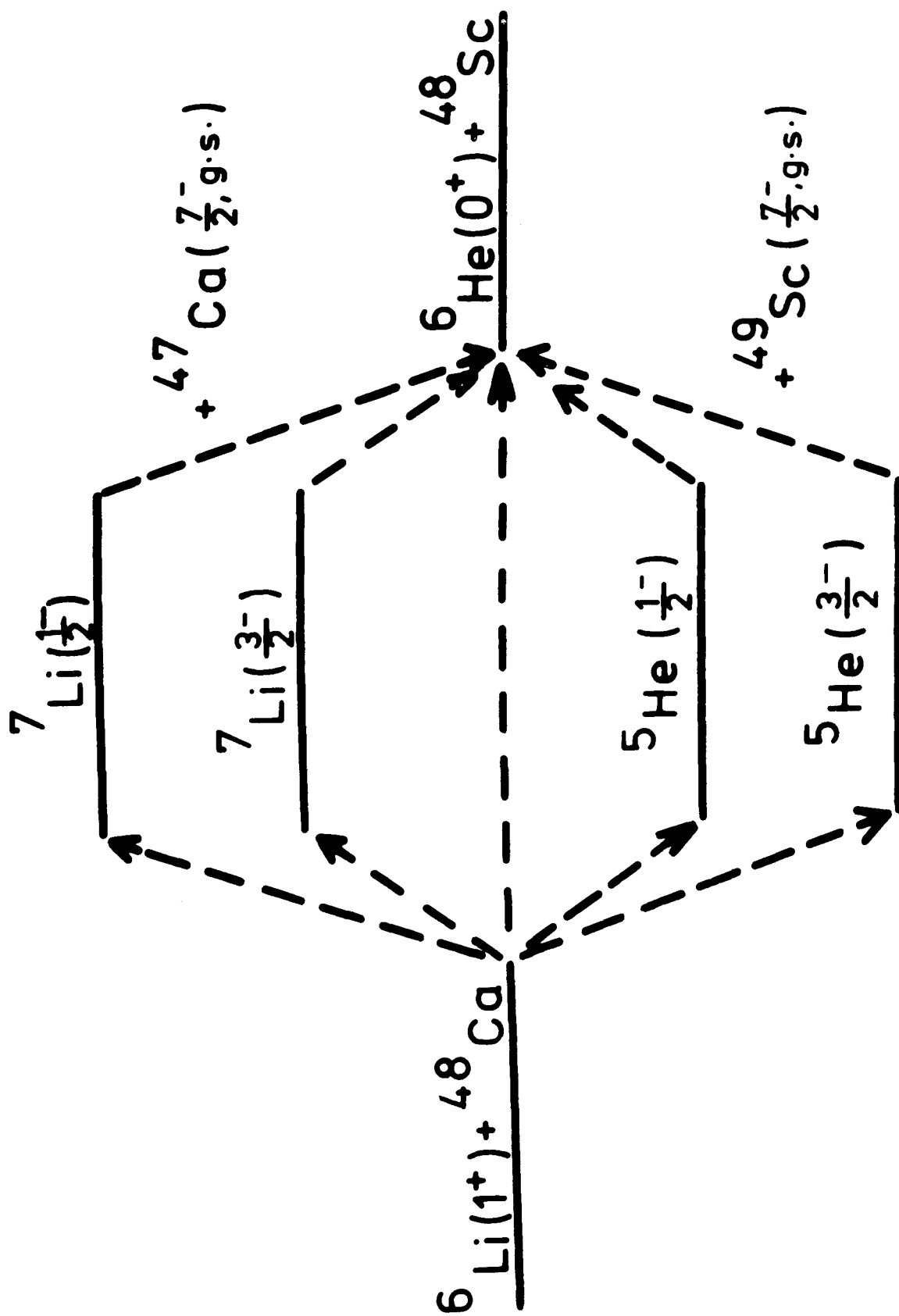


Fig. 7

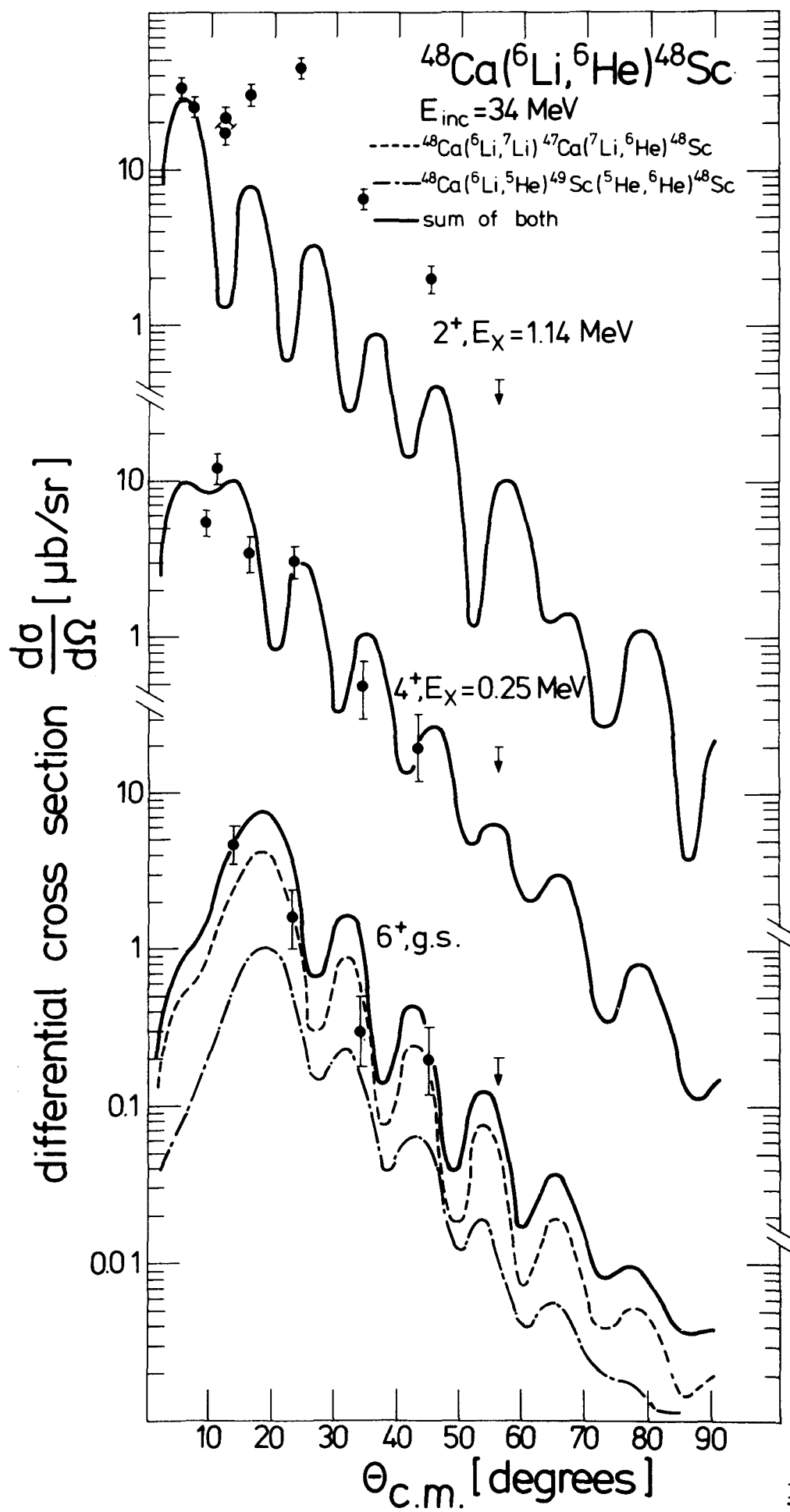


Fig. 8

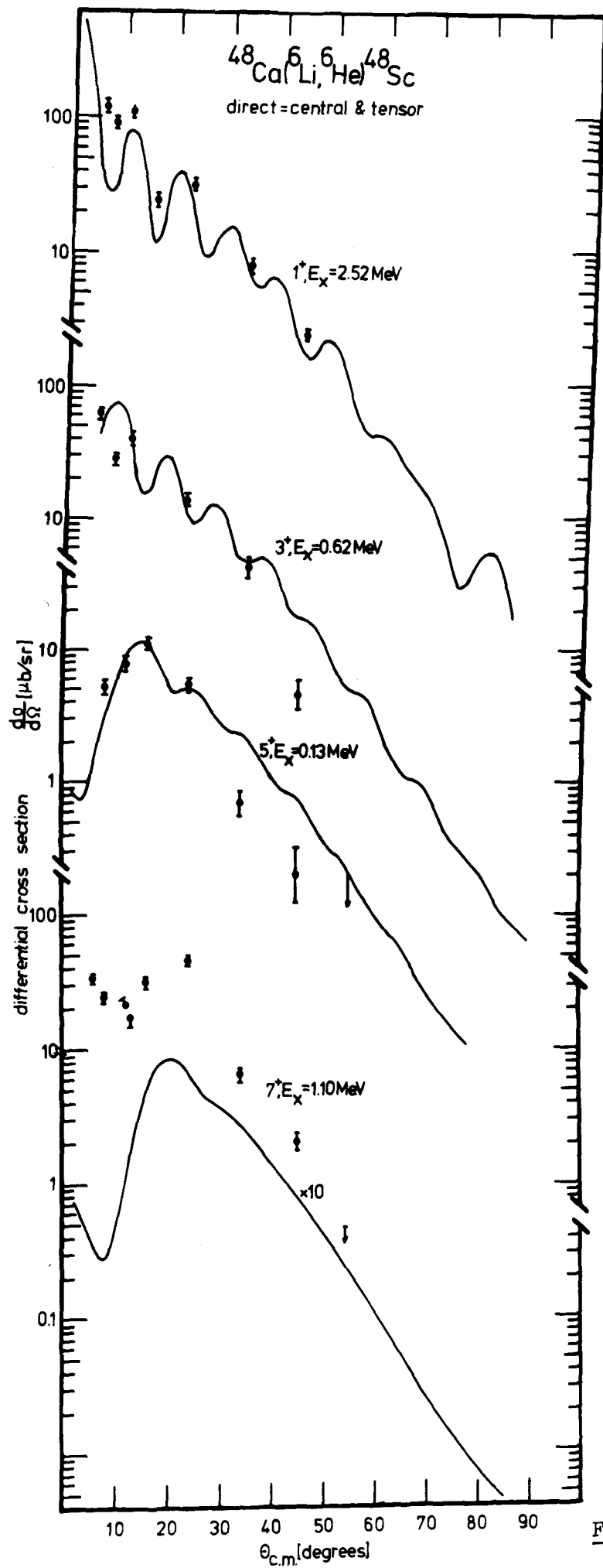


Fig. 9

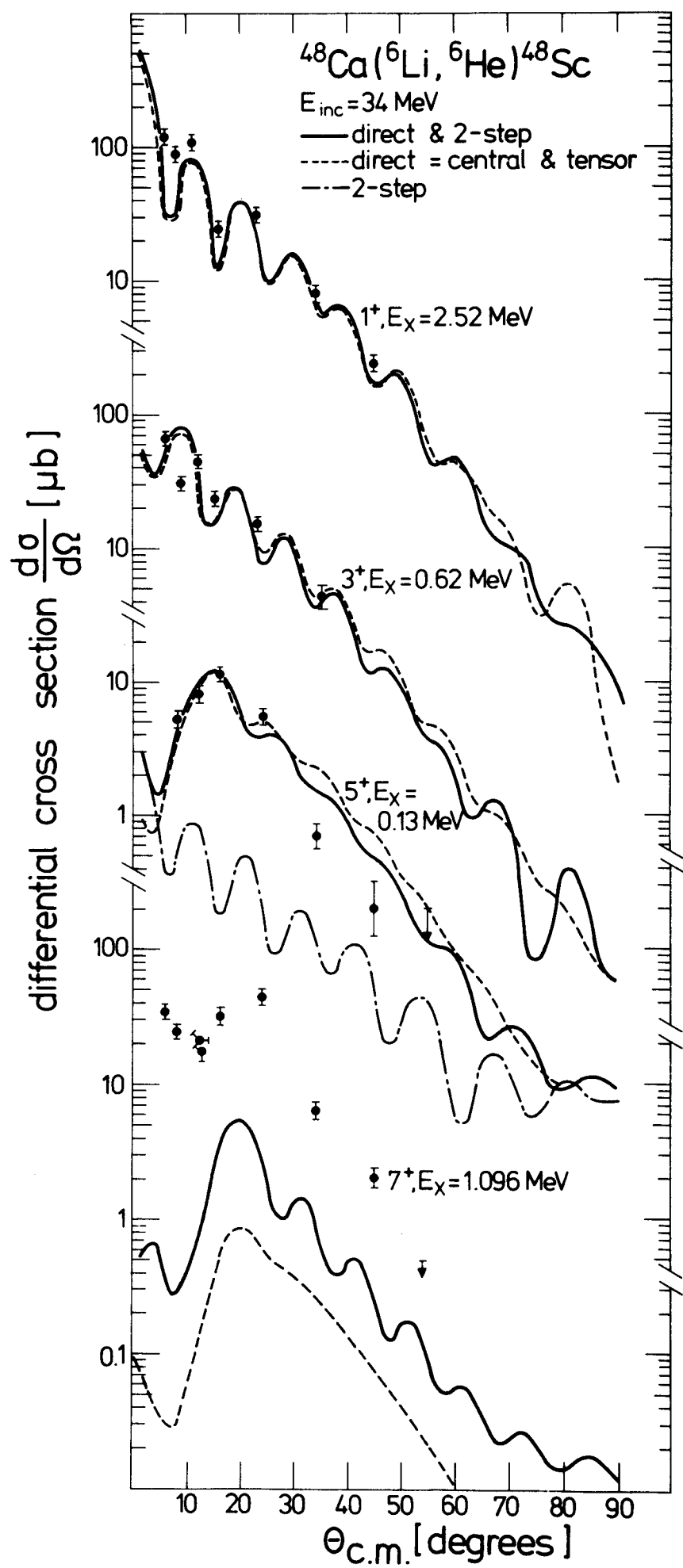


Fig. 10

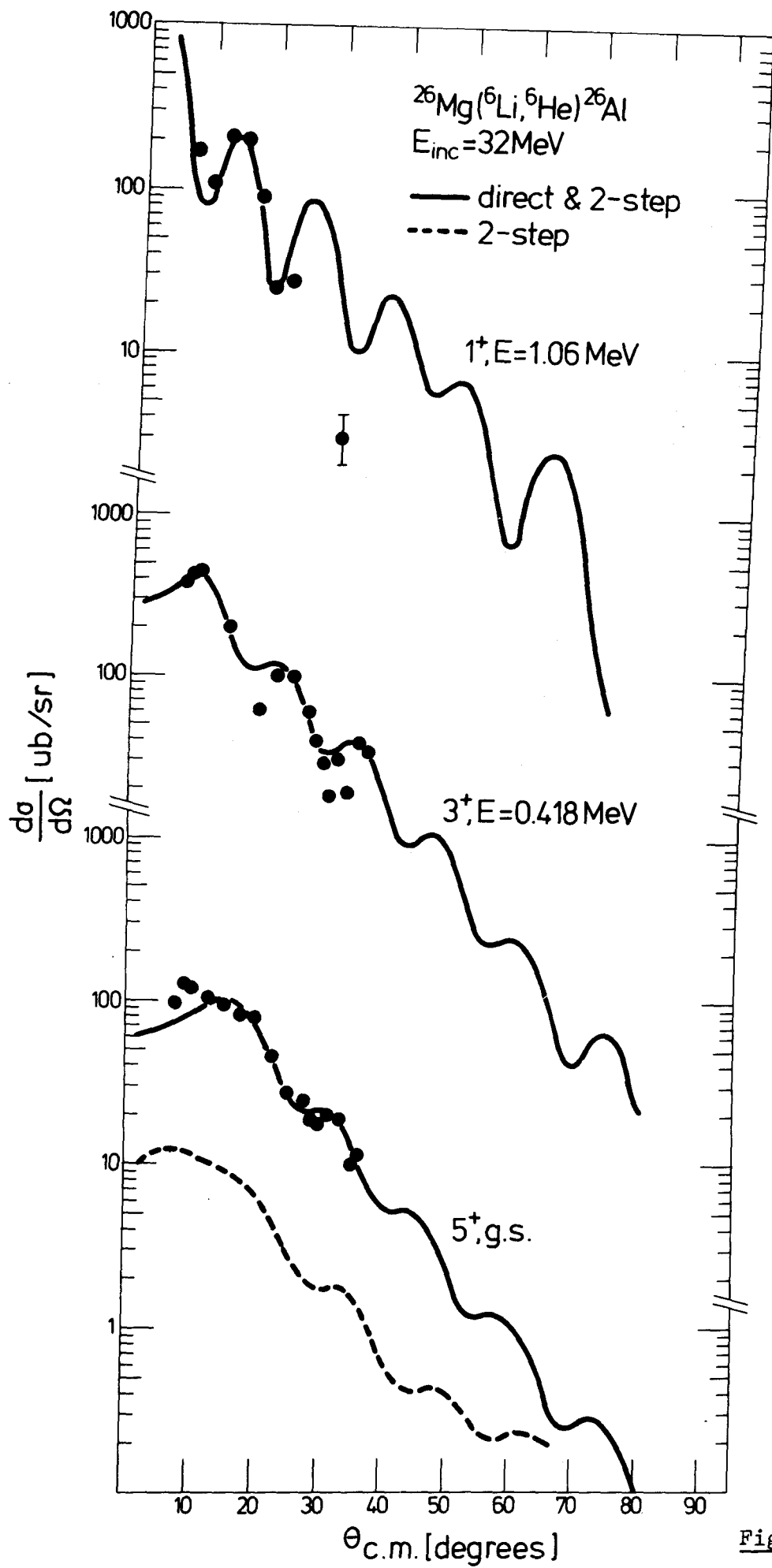


Fig. 11

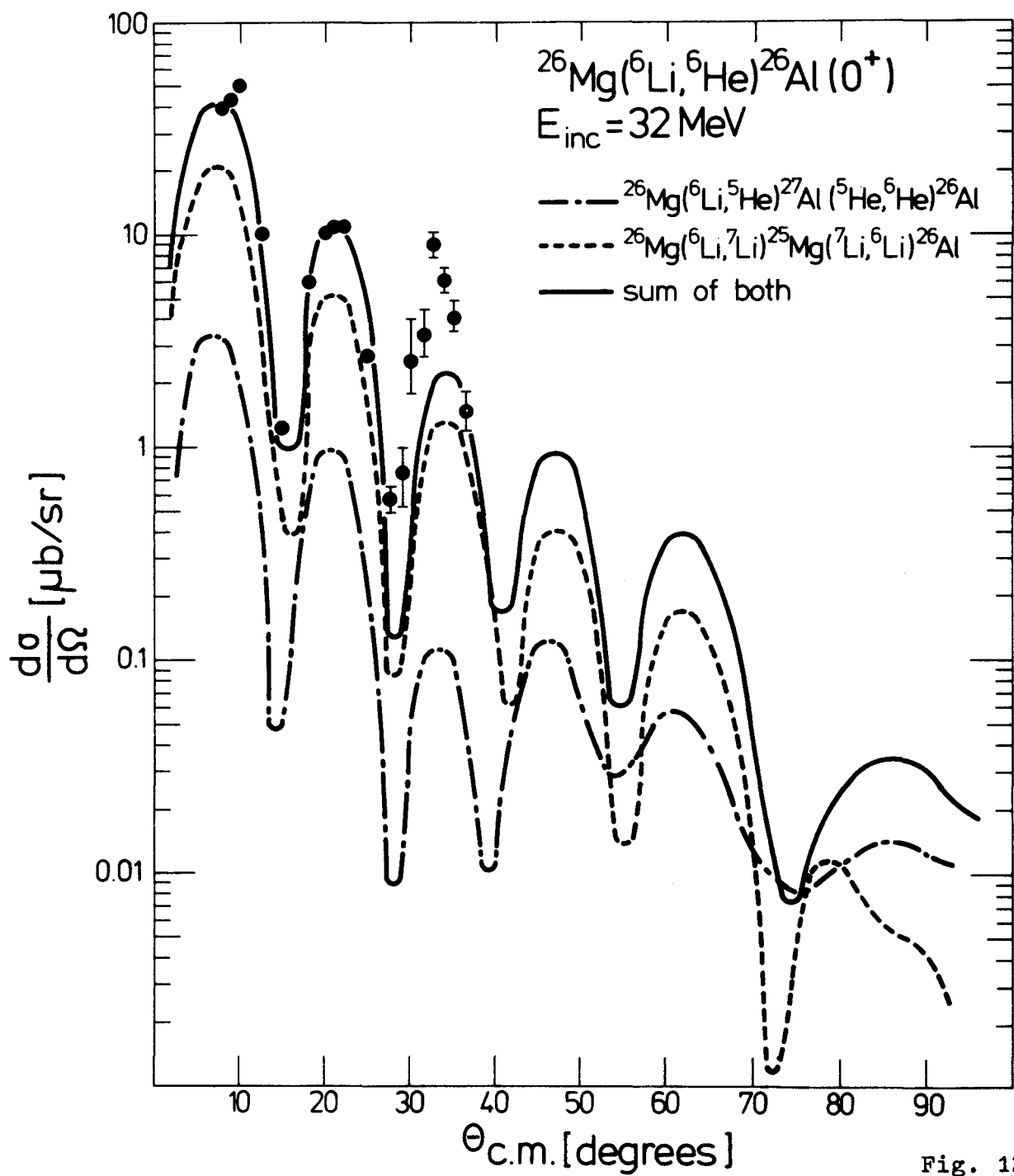


Fig. 12